

# DS 6

## PTSI – Lycée DORIAN, Paris 11<sup>ème</sup>

### Epreuve de Sciences Industrielles

Samedi 13 février 2016 (4h)

#### Instructions générales

Vous devez vérifier que les documents qui vous ont été remis comprennent :

- Le texte du sujet (sujet 1 et sujet 2) **Pages 2 à 10**
- Le dessin simplifié du compresseur à bouchon (format A4) **Annexe 1**
- Le dessin simplifié du contour de came (format A4) **Annexe 2**
- Le document réponse **Pages 1 à 7**
- Le calque réponse pré-imprimé (format A3) **Calque**
- 

Vous devez répondre à toutes les questions en utilisant le document réponse et le calque réponse. Aucun autre document ne sera accepté.

#### Instructions particulières

Il est fortement conseillé de lire la totalité du sujet avant de composer. Les six parties sont indépendantes. Le temps à prévoir est environ le suivant :

- Lecture du sujet : 20 minutes
- Partie A : 15 minutes
- Partie B : 50 minutes
- Partie C : 50 minutes
- Partie D : 35 minutes
- Partie E : 70 minutes

**Aucun document n'est autorisé**

# Machines à vins – Matériel de Manutention

**BOUCHEUSE  
MUSELEUSE**

**MONOBLOC AUTOMATIQUE**



---

***GBMA***

---

## Mise en situation

La Société GBMA est une PME spécialisée dans la recherche, la conception, la fabrication, l'installation et la maintenance de matériels d'embouteillage semi automatiques ou automatiques. Parmi ces matériels, l'entreprise fabrique en petite série des boucheuses museleuses entièrement mécaniques et gérées par un automate programmable. Ces machines assurent :

- Le serrage et l'enfoncement du bouchon dans la bouteille.
- La distribution et la mise en place du muselet<sup>1</sup>.

Tous les éléments de la machine qui risquent d'être en contact avec les bouteilles ou les bouchons sont en acier inoxydable. Le réglage de la cadence est réalisé par un potentiomètre sur le tableau de bord (800 à 2400 bouteilles par heure. Cette machine permet le traitement des demi-bouteilles, bouteilles et magnums de champagne. Elle est plus particulièrement destinée à équiper les petites exploitations viticoles.

## Description de la partie opérative (limitée au compresseur de bouchons)

Une des fonctions que doit garantir la machine est de réduire le diamètre du bouchon en liège de 30 à 16 mm. Le bouchon peut ainsi être poussé à l'aide d'un poussoir dans le goulot d'une bouteille de champagne qui fait 18 mm de diamètre.

Pour réduire le diamètre des bouchons, on utilise un compresseur à bouchons (voir annexe 1). L'ouverture et la fermeture des 4 mors sont assurées par une came. Cette came est en liaison encastrement avec l'arbre principal de commande. Sur cet arbre, il y a d'autres cames permettant de garantir d'autres fonctions. Cet arbre est commandé par un moto-réducteur à courant continu (230V, 1050 tr/mn, 1200W).

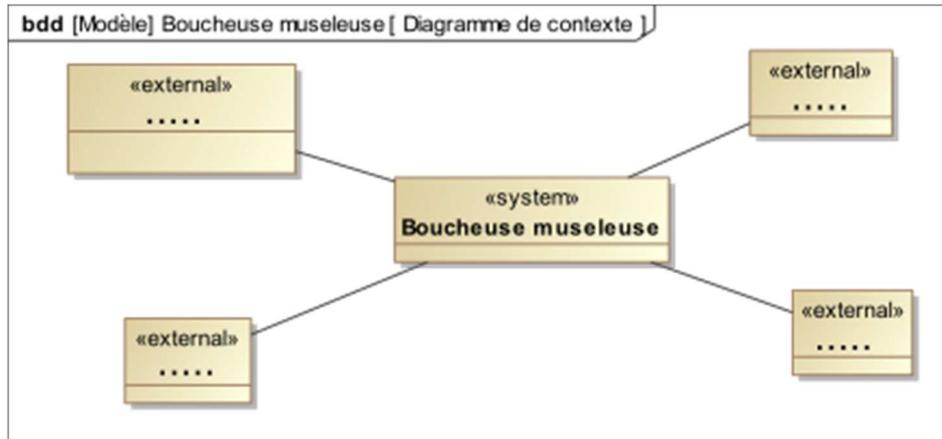
L'arbre principal de commande tourne à fréquence de rotation constante. **Chaque fois qu'il fait un tour, une bouteille est bouchée et muselée.**

L'ensemble de l'étude portera principalement sur le compresseur à bouchons et la came de commande pour les parties cinématiques, statique et communication technique ainsi que sur la commande du moteur pour la seule partie automatique.

<sup>1</sup>Muselet : Armature de fil de fer dont on coiffe le bouchon des bouteilles de champagne.

## A – ETUDE FONCTIONNELLE

Les bouteilles de champagnes, une fois dégorgées et dosées en liqueur (brut, sec ou demi-sec), sont bouchées puis muselées sur une machine automatique appelée boucheuse museleuse. On donne ci-dessous le diagramme APTE (ou diagramme "pieuvre") partiel de cette machine.



**A.1.** Compléter le diagramme de contexte sur le document réponse.

## B – ETUDE CINEMATIQUE

L'objectif de cette étude est de déterminer certains éléments permettant de valider les choix de solutions retenues pour les guidages en rotation du galet et en translation du coulisseau.

Pour ce qui suit, la machine est réglée à sa cadence maximale, c'est à dire **2400** bouteilles par heure. L'arbre principal de commande tourne à fréquence constante.

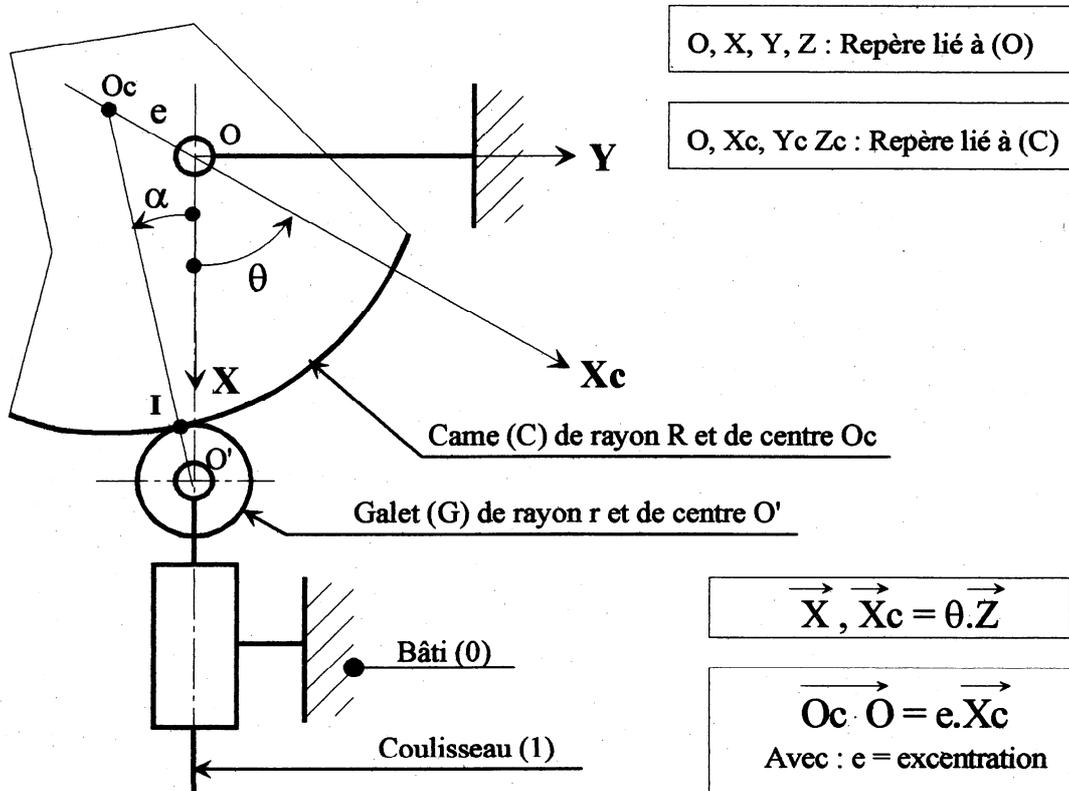
**B.1.** Calculer la vitesse de rotation  $\dot{\theta}$  de l'arbre principal. Donner le résultat en fonction de  $\pi$  et en  $\text{rd.s}^{-1}$ .

**B.2.** Un galet de diamètre 30 mm est en liaison pivot avec le coulisseau (1) qui commande le serrage des mors (voir annexe 1). La came, dont le profil est donné à l'échelle 1 en annexe 2, agit sur ce galet. Après avoir relevé toutes les dimensions utiles sur l'annexe 2, tracer la courbe donnant la loi de mouvement du centre du galet (O') en fonction de l'angle de rotation de la came.

**B.3.** Tracer en rouge, sur le dessin du document réponse, les directions de :  $\vec{V}(I \in 1/0)$ ,  $\vec{V}(I \in 2/0)$ ,  $\vec{V}(I \in 2/1)$ , en remarquant que le mors (5) **est fixe par rapport au bâti**.

**B.4.** On pose :  $\vec{V}(I \in 1/0) \cdot \vec{X} = V$ . Calculer, en fonction de  $V$  et des paramètres géométriques, les vitesses  $\vec{V}(I \in 1/0)$ ,  $\vec{V}(I \in 2/0)$ ,  $\vec{V}(I \in 2/1)$ .

**B.5.** Pour :  $60^\circ \leq \theta \leq 240^\circ$ , le profil de la came est une portion de cercle de centre  $O_c$  et de rayon  $R$ . La came tourne autour du point  $O$ . Le galet ( $G$ ) de rayon  $r$  et de centre  $O'$  roule sans glisser sur le profil de la came au point  $I$ . Le galet est en liaison pivot d'axe  $(O', \vec{Z})$  par rapport au coulisseau ( $1$ ).



- a) Soit  $\vec{O}_c I = R \cdot \vec{x}_i$ , exprimer le vecteur  $\vec{x}_i$  dans la base  $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$
- b) Exprimer l'angle  $\alpha$  en fonction de :  $e, \theta, R$  et  $r$ .
- c) Déterminer la vitesse du point  $I$  appartenant à la came ( $C$ ) par rapport au bâti ( $0$ ), dans la base  $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$  en fonction de :  $e, \alpha, \theta, \dot{\theta}$  et  $R$ .

On rappelle que  $\vec{v}(I \in \text{came} / 0) = \vec{v}(I \in \text{galet} / 0)$ , roulement sans glissement.

- d) Déterminer le torseur cinématique du galet ( $G$ ) par rapport au bâti ( $0$ ), dans la base  $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$  au point  $O'$  en fonction de  $e, \alpha, \theta, \dot{\theta}, R$  et  $r$ .

## C – ETUDE STATIQUE

On se propose avec cette étude de déterminer les efforts qui s'exercent sur les mors en fin de phase de compression du bouchon ( $\theta = 240^\circ - \varepsilon$ ) afin d'être en mesure de dimensionner certains éléments du compresseur.

Pour simplifier le problème on limitera l'étude au seul mors (2) et on fera les hypothèses suivantes :

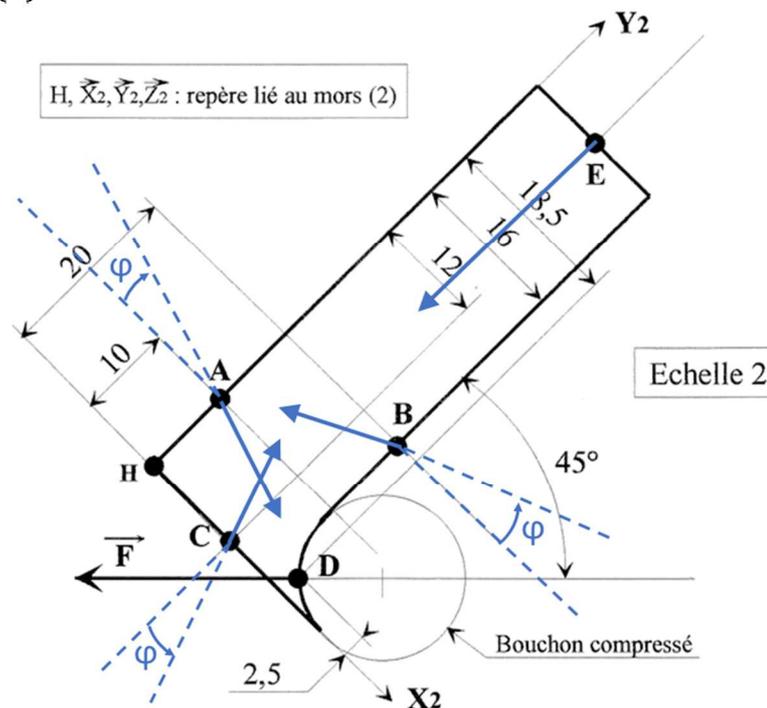
- L'étude est assimilée à un problème de statique plane.
- Répartition uniforme des pressions de contact entre les différents solides.
- Le poids des mors est négligeable.
- Le mors glisse sur le coulisseau (1) et sur les mors (3) et (5).
- Le mors ne glisse pas par rapport au bouchon.
- Le coefficient de frottement entre les pièces (1), (2), (3), (4) et (5) est  $f$ .

Notation de l'action mécanique de  $S_i \rightarrow S_j$  au point P :

$$\left\{ T_{S_i \rightarrow S_j} \right\}_P = \left\{ \begin{array}{l|l} XP_{ij} & LP_{ij} \\ YP_{ij} & MP_{ij} \\ ZP_{ij} & NP_{ij} \end{array} \right\}_{[R]}$$

**C.1.** Calculer la norme  $\| \vec{E}_{R \rightarrow 2} \|$  de l'effort du ressort (R) sur le mors (2) si la raideur  $k$  du ressort est de  $4 \text{ N/mm}$  et si sa longueur libre (état non comprimé) est de  $50 \text{ mm}$ . En fin de phase de compression, on peut vérifier sur l'annexe 1 (en tenant compte de l'échelle) que le ressort mesure  $30 \text{ mm}$ .

On a isolé le mors (2) à l'échelle 2.



On modélise :

- L'action de (1) sur (2) par un glisseur dont le support passe par A,
- L'action de (3) sur (2) par un glisseur dont le support passe par B,
- L'action de (5) sur (2) par un glisseur dont le support passe par C,
- L'action du bouchon sur (2) par un glisseur dont le support passe par D,
- L'action du ressort sur (2) par un glisseur dont le support passe par E.

On appelle  $F = \|\vec{F}\|$  avec  $\vec{F}$  = résultante de l'action du bouchon sur (2).  $\vec{F}$  est donnée sur la figure. Une étude expérimentale a permis de la connaître en sens et en intensité.

Les actions mécaniques sont tangentes au cône car on est en phase de fin de compression, donc le mors (2) glisse par rapport aux mors (3) et (5) et par rapport au coulisseau (1). On rappelle d'autre part que le mors (5) est fixe.

**C.2.** Ecrire les 3 équations scalaires traduisant l'équilibre du mors (2) si l'on néglige l'action du ressort. Ces équations seront données dans la base  $[\vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2]$  liée au mors (2), en fonction de  $F$ ,  $\epsilon$ , des données géométriques et des composantes en valeur absolue des actions mécaniques  $\mathbf{XA}_{12}$ ,  $\mathbf{XB}_{32}$  et  $\mathbf{YC}_{52}$ . L'équation de moment sera écrite au point **H** (voir le document réponse).

**C.3.** La résolution des trois équations scalaires a permis de déterminer les différentes inconnues statiques de la question précédente. On obtient :

$$\vec{A}_{1 \rightarrow 2} = 13585 \cdot \vec{X}_2 - 679 \cdot \vec{Y}_2 \text{ (en newton).}$$

Par ailleurs un calcul de statique appliqué au mors (3) donne :

$$\vec{F}_{3 \rightarrow 1} \cdot \vec{X} = -10000 \text{ N}$$

En négligeant les frottements du coulisseau (1) par rapport au bâti (0), calculer numériquement  $\|\vec{R}_{C \rightarrow G}\|$  la norme de la résultante de l'action de la came (C) sur le galet (G) en fin de phase de compression du bouchon ( $\theta \approx 240^\circ$ ).

## D – ETUDE DE L'ASSERVISSEMENT DU MOTEUR

L'objectif de cette étude est de vérifier que le moteur utilisé permet d'obtenir la cadence de 2400 bouteilles / heure.

**HYPOTHESE** : On se place dans le cas d'un système linéaire, continu et invariant.

### Modélisation du moteur :

Le moteur qui entraîne l'arbre principal est équipé d'un moteur à courant continu. Le modèle de connaissance de cet actionneur, si on néglige l'inductance et les différents frottements, permet d'écrire les équations électromécaniques suivantes :

$$e(t) = u(t) - R \cdot i(t) = K_e \cdot \omega(t)$$

$$C_m(t) = K_t \cdot i(t) = J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt}$$

Avec :	•	$U(t)$	Tension d'entrée en V.
	•	$\omega(t)$	Fréquence angulaire de l'arbre du moteur en $\text{rad.s}^{-1}$ .
	•	$e(t)$	Force électromotrice en V.
	•	$R$	Résistance de l'induit en $\Omega$
	•	$K_e$	Constante de force électromotrice $\text{V} / \text{rad.s}^{-1}$ .
	•	$K_t$	Constante de couple en $\text{N.m.A}^{-1}$
	•	$C_m$	Couple électromécanique délivré par le moteur en m.N.
	•	$J$	Moment d'inertie équivalent rapporté à l'arbre de sortie en $\text{kg.m}^2$ .

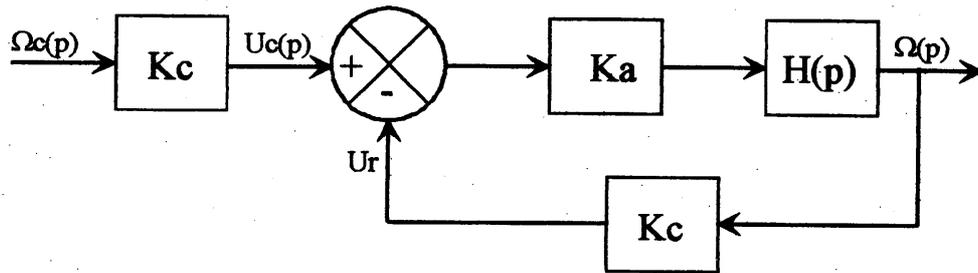
**D.1.** Calculer la fonction de transfert  $H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$  du moteur. Faire l'application numérique.

Pour la suite, la fonction de transfert de ce moteur est donnée par :

$$H(p) = \frac{0,5}{1 + 0,05 \cdot p}$$

### Asservissement en vitesse de l'arbre de sortie du moteur

Pour assurer l'asservissement de la vitesse de rotation de l'arbre de sortie du moteur (donc de l'arbre principal), on associe à l'actionneur un variateur modélisé par un amplificateur pur de gain  $K_a$  réglable et on place un capteur de vitesse angulaire en bout de l'arbre de sortie de gain  $K_c = 0,06 \text{ V/rad.s}^{-1}$ . Le schéma fonctionnel de l'asservissement est donné ci-dessous.



**D.2.** Calculer la fonction de transfert  $F(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}$  de ce système en boucle fermée en fonction de  $Ka$  et des valeurs numériques.

**D.3.** Tracer la réponse temporelle de cet asservissement s'il est soumis à un échelon  $\Omega_c=100 \text{ rad/s}$  et si  $Ka=800$ . En déduire l'erreur statique  $\mathcal{E}_s$  (écart entre la valeur de consigne et la valeur réelle).

**D.4.** Quelle valeur faudrait-il donner à  $Ka$  si on souhaite une erreur  $\mathcal{E}_s \leq 2\%$  ?

## **E – ETUDE DE CONCEPTION**

La fin du sujet va consister à compléter le dessin de définition du système en proposant des solutions de conception pour trois sous parties du système, définies en zones.

### **E.1. Etude de la zone 1.**

L'étude de la zone 1 va consister en la conception d'une liaison pivot entre les pièces 115 et 132.

Vous devrez concevoir ici une pièce 131 de forme parallélépipédique qui sera fixée à la pièce 115 à l'aide d'une vis (qui traversera la pièce 115 et s'insèrera dans un trou borgne fileté sur la pièce 131).

La liaison entre la pièce 131 et la pièce 132 se fera en insérant la pièce 132 dans un trou percé dans la pièce 131, un épaulement empêchera le mouvement de 132 dans un sens et pour l'autre sens, un filetage de 131 accompagné d'un écrou sera utilisé.

Vous représenterez cette solution dans les deux cercles de la Zone 1. Le cercle de gauche étant situé sur la vue en coupe C-C, dont le plan de coupe est visible au niveau du cercle de droite.

### **E.2. Etude de la zone 2.**

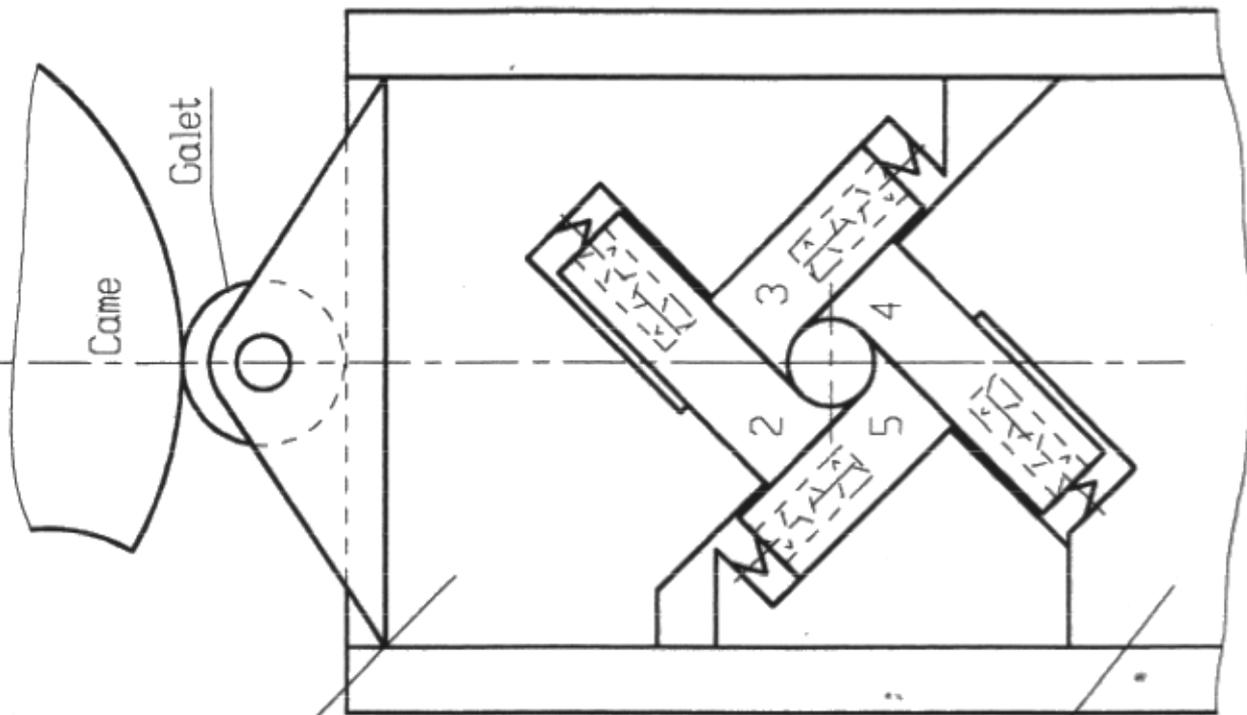
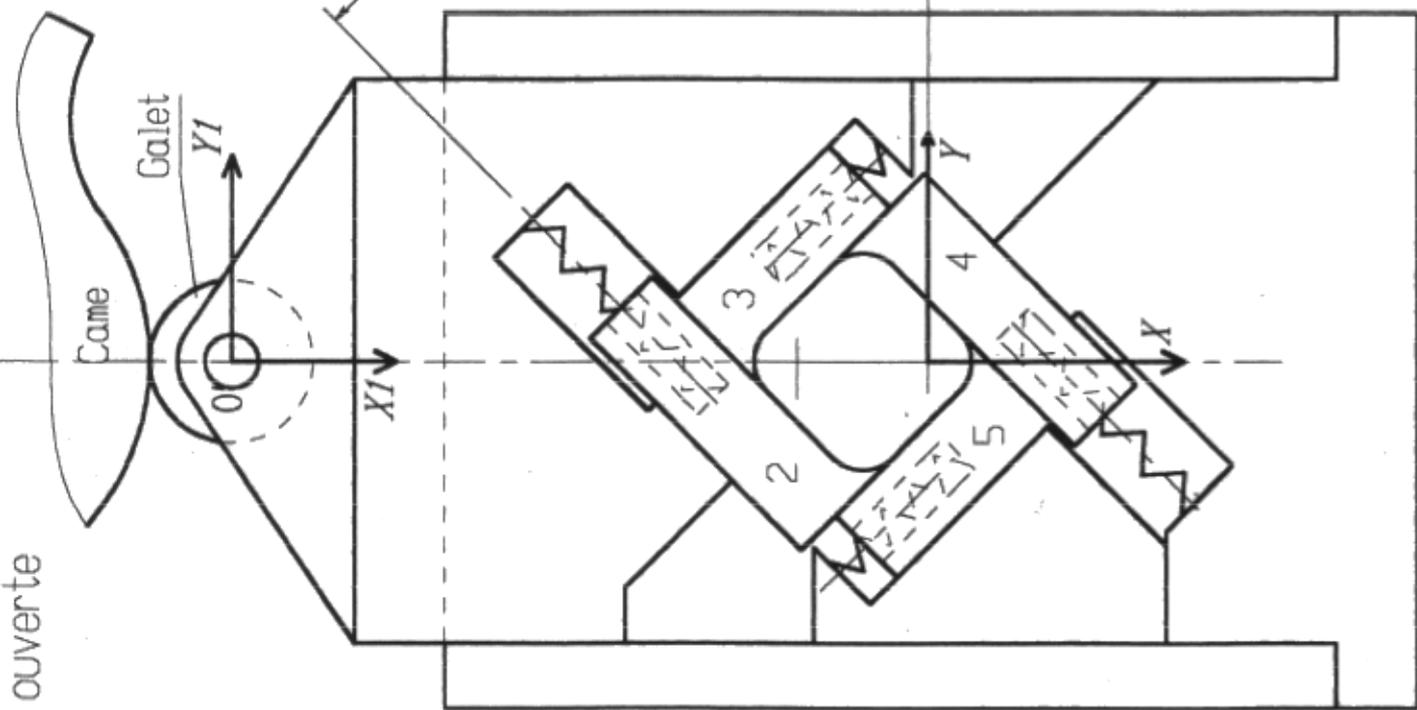
Concevoir dans cette zone l'assemblage par vis de la pièce 100 et de la pièce 110.

### **E.3. Etude de la zone 3.**

Concevoir dans cette zone l'assemblage par clavette de la pièce 103 et de la pièce 113.

Position ouverte

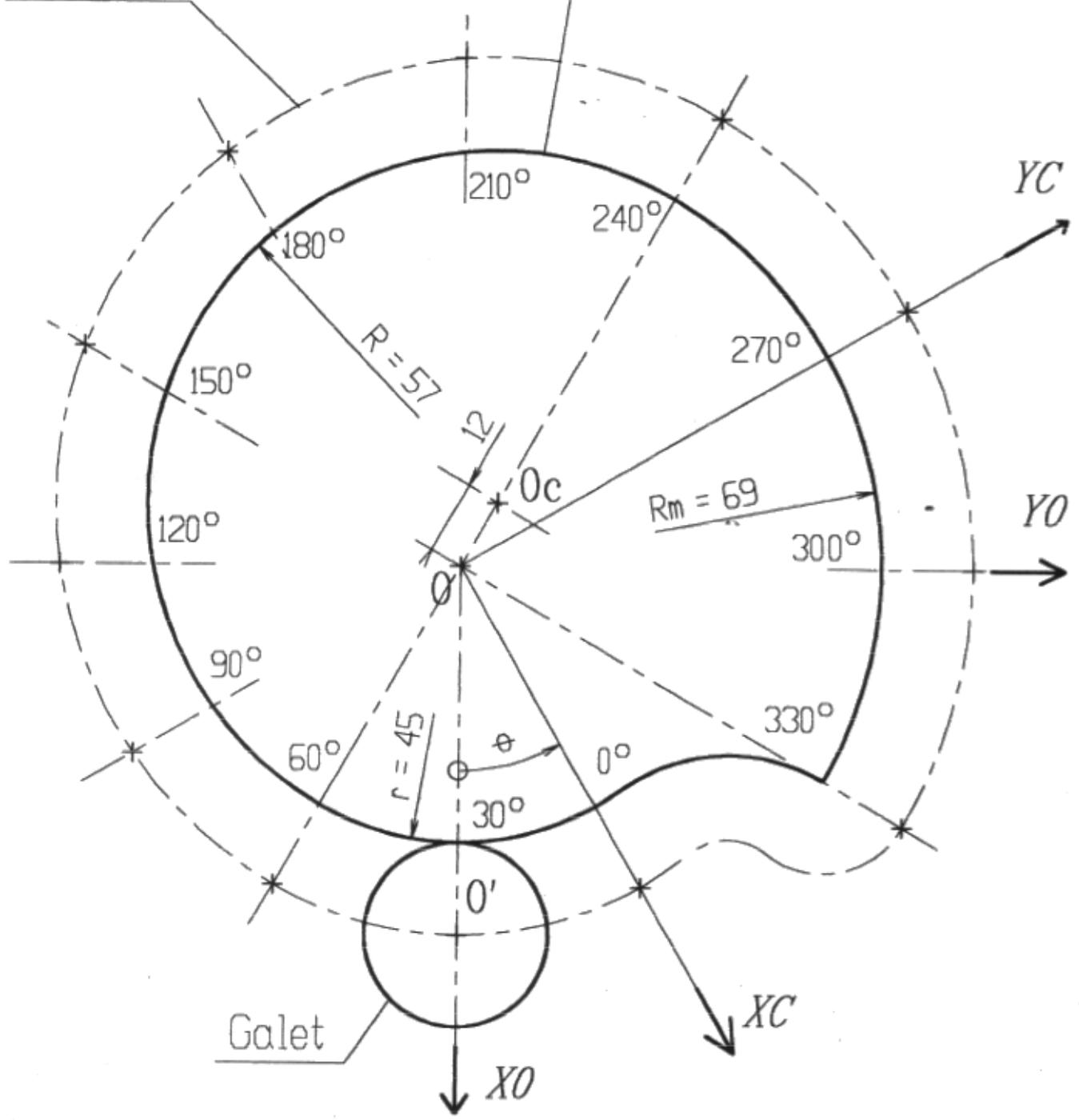
Position fermée



ANNEXE 1

Trajectoire du centre O' du galet

Profil de la came



Ce document montre la distance du centre O' du galet par rapport à l'axe de rotation O de la came en fonction de  $\theta$ .

- 0° à 60° ..... : compresseur de bouchon deserré (introduction du bouchon)
- 60° à 240° ..... : compression du bouchon
- 240° à 330° ..... : bouchon comprimé (introduction du bouchon dans la bouteille)
- 330° à 360° ..... : retour du compresseur en position initiale

**ANNEXE 2**

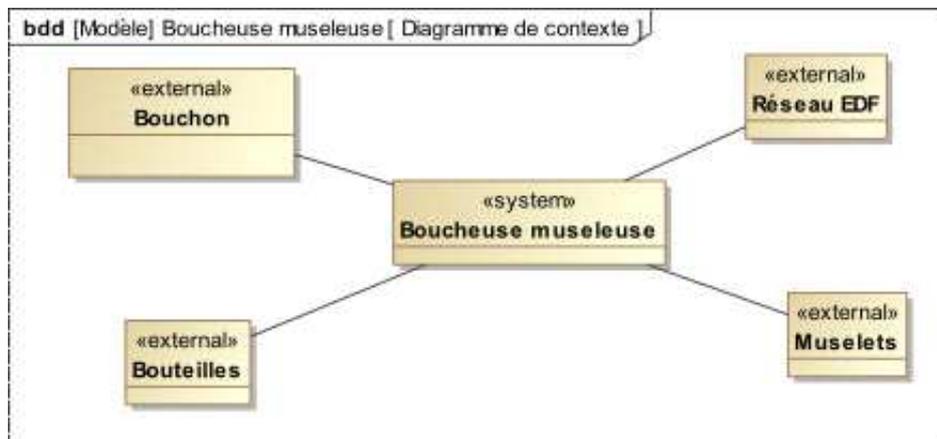
# Epreuve de Sciences Industrielles

## DOCUMENT REPONSE

Page 1 à 7

### A – ETUDE FONCTIONNELLE

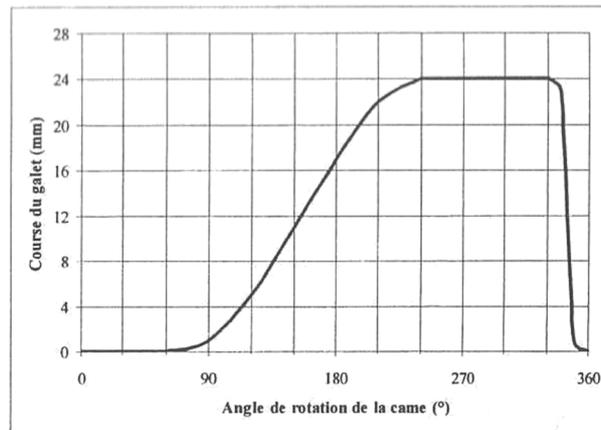
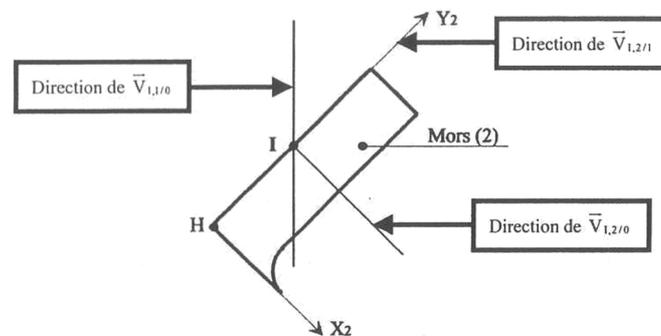
A.1.



### B – ETUDE CINEMATIQUE

B.1.

$$\dot{\theta} = \frac{2400 \cdot 2 \cdot \pi}{3600} = \frac{4 \cdot \pi}{3} \text{rad.s}^{-1}$$

**B.2.****B.3.****B.4.**

$$\vec{V}_{I \in 2/0} = \vec{V}_{I \in 2/1} + \vec{V}_{I \in 1/0}$$

$$\vec{V}_{I \in 1/0} = v \cdot \vec{X}$$

$$\vec{V}_{I \in 2/1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot v \cdot \vec{Y}_2$$

$$\vec{V}_{I \in 2/0} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot v \cdot \vec{X}_2$$

**B.5. a)**

$$\vec{x}_i = \cos(\alpha) \cdot \vec{x} + \sin(\alpha) \cdot \vec{y}$$

**B.5. b)**

Je crée une variable  $x$  telle que

$$\sin(\theta) = \frac{x}{e}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{x}{R+r}$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{e \cdot \sin\theta}{R+r}\right)$$

**B.5. c)**

$$\overrightarrow{V_{I \in C/0}} = \overrightarrow{V_{O \in C/0}} + \overrightarrow{\Omega_{C/0}} \wedge \overrightarrow{OI}$$

$$\overrightarrow{V_{I \in C/0}} = \dot{\theta} \cdot (e \cdot \sin\theta - R \cdot \sin\alpha) \cdot \overrightarrow{X} + \dot{\theta} \cdot (R \cdot \cos\alpha - e \cdot \cos\theta) \cdot \overrightarrow{Y}$$

**B.5. d)**

$$\{V_{G/0}\} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & V_{G0} \\ 0 & 0 \\ \omega_{G0} & 0 \end{array} \right\}_{O'}$$

$$\overrightarrow{V_{I \in G/0}} = \overrightarrow{V_{O' \in G/0}} + \overrightarrow{IO'} \wedge \overrightarrow{\Omega_{G/0}}$$

$$\overrightarrow{V_{I \in G/0}} = V_{G0} \cdot \overrightarrow{X} - r \cdot \omega_{G0} \cdot \cos\alpha \cdot \overrightarrow{Y} + r \cdot \omega_{G0} \cdot \sin\alpha \cdot \overrightarrow{X}$$

$$-(R \cdot \cos\alpha - e \cdot \cos\theta) \cdot \dot{\theta} = r \cdot \omega_{G0} \cdot \cos\alpha$$

$$V_{G0} + r \cdot \omega_{G0} \cdot \sin\alpha = -(R \cdot \sin\alpha - e \cdot \sin\theta) \cdot \dot{\theta}$$

$$\omega_{G0} = -\frac{(R \cdot \cos\alpha - e \cdot \cos\theta) \cdot \dot{\theta}}{r \cdot \cos\alpha}$$

$$V_{G0} = -(R \cdot \sin\alpha - e \cdot \sin\theta) \cdot \dot{\theta} + (R \cdot \cos\alpha - e \cdot \cos\theta) \cdot \tan\alpha$$

**C – ETUDE STATIQUE****C.1.**

$$\|\overrightarrow{E_{R \rightarrow 2}}\| = 40.(50 - 30) = 80N$$

**C.2.**

$$\{T_{3 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{cc} -XB_{32} & 0 \\ -f.XB_{32} & 0 \\ 0 & (20-16.f).XB_{32} \end{array} \right\}_H$$

$$\{T_{5 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{cc} -f.YC_{52} & 0 \\ YC_{52} & 0 \\ 0 & 12.YC_{52} \end{array} \right\}_H$$

$$\{T_{1 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{cc} XA_{12} & 0 \\ -f.XA_{12} & 0 \\ 0 & -10XA_{12} \end{array} \right\}_H$$

$$\{T_{B \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{cc} -F.\sqrt{2}/2 & 0 \\ -F.\sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & -8.\sqrt{2}.F \end{array} \right\}_H$$

$$\begin{aligned} -XB_{32} - f.YC_{52} + XA_{12} - F.\sqrt{2}/2 &= 0 \\ -f.XB_{32} + YC_{52} - f.XA_{12} - F.\sqrt{2}/2 &= 0 \\ (20 - 16.f).XB_{32} + 12.YC_{52} - 10.XA_{12} - 8.F.\sqrt{2} &= 0 \end{aligned}$$

**C.3.**

Pour  $\theta \approx 240^\circ$ , les points O, Oc, I et O' sont alignés sur l'axe x. Le galet étant soumis à deux glisseurs on a donc  $\overrightarrow{R_{C \rightarrow G}} \wedge \vec{X} = \vec{0}$ .

En isolant 1 et en utilisant la résultante en projection sur x, on obtient :

$$\overrightarrow{R_{C \rightarrow G}} \cdot \vec{X} = 10000 + 13585 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 679 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 20086N$$

## D – ETUDE DE L'ASSERVISSEMENT DU MOTEUR

### Asservissement en vitesse de l'arbre de sortie du moteur

D.1.

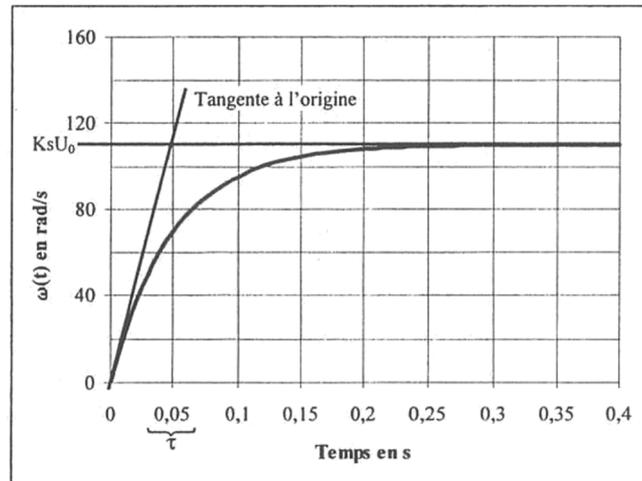
$$H(p) = \frac{\frac{1}{Ke}}{1 + \frac{R.J}{Ke.Kt}.p}$$

D.2.

$$F(p) = \frac{Kc.Ka.H(p)}{1 + Kc.Ka.H(p)} = \frac{\frac{0.03 \times Ka}{1 + 0.03 \times Ka}}{1 + \frac{0.05}{1 + 0.03 \times Ka}.p}$$

D.3.

$$Ka = 800 \Rightarrow F(p) = \frac{0.96}{1 + 0.002 \times p}$$



$$\epsilon_s = \Omega_c - \Omega = 100 - 96 = 4 \text{ rad.s}^{-1}$$

D.4.

$$\epsilon_s \leq 2 \text{ rad.s}^{-1} \Leftrightarrow \frac{0.03 \times Ka}{1 + 0.03 \times Ka} \times 100 \geq 98 \Leftrightarrow Ka \geq 1633$$