

# DS 04 - DS04: train pendulaire

Avec Correction

PTSI

Samedi 03 janvier 2018

## Table des matières

1	Présentation du système	2
2	Analyse fonctionnelle et structurelle	5
3	Étude de la fonction « diminuer les temps de parcours d'au moins 15% »	6
4	Étude de la « assurer un mouvement de rotation de la caisse »	8
5	Modélisation de l'asservissement du système.	10
6	Vérification de la précision de positionnement	12
7	Conception de la liaison entre l'entraînement et l'axe roue du bogie	13
8	Documents réponse	15
9	Correction	27

# DS04: train pendulaire

## 1 Présentation du système

Il est aujourd'hui possible de réduire les temps de parcours en train grâce à la grande vitesse. Malheureusement, cette technologie nécessite la construction d'un réseau ferré spécifique et coûteux : les lignes à grande vitesse.

Sur ligne classique, une augmentation de la vitesse du train conduirait à une dégradation du confort du passager en particulier lors du passage en courbe.

En courbe, le passager est soumis à une accélération transversale (accélération centripète) qui au-delà d'une certaine valeur devient gênante, inconfortable. Pour compenser cette accélération transversale, la voie est posée avec un dévers dans les portions de courbe, c'est-à-dire que le plan des rails est incliné par rapport au plan horizontal (le rail extérieur est plus haut que le rail intérieur).

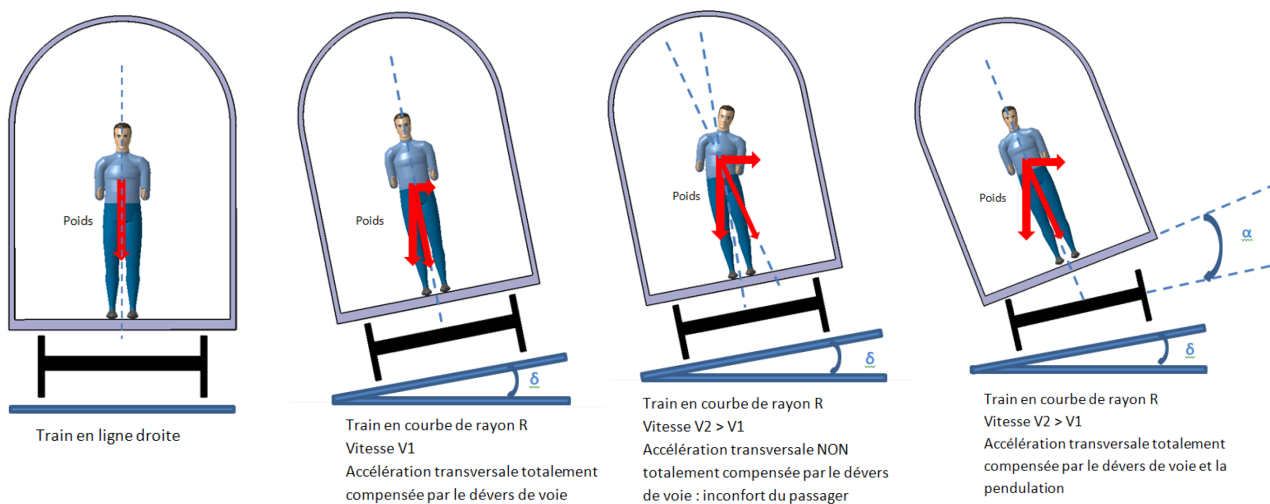


Figure 1 – Comparaison train classique et pendulaire en courbe

Une alternative moins coûteuse que le TGV est possible avec le train pendulaire.

La pendulation est un moyen efficace pour l'amélioration du confort des passagers et la réduction sensible des temps de parcours (de 15 à 25%) et ce, en circulation sur voie classique, donc avec un minimum d'impact sur les infrastructures.

Elle autorise, par inclinaison de la caisse autour de son axe longitudinal (angle d'inclinaison qui s'ajoute à l'angle de dévers) la diminution de l'accélération transversale ressentie par les passagers et permet ainsi un passage en courbe à une vitesse plus importante qu'un train classique pour le même niveau de confort.

L'étude proposée ici porte sur le système de pendulation de train interposé entre le bogie et la caisse.

Ce système est composé de deux actionneurs (ou vérins) montés en opposition. Pendant que l'un des actionneurs « pousse » la caisse l'autre « tire ».

Ces actionneurs inclinent la caisse en agissant sur une traverse qui supporte celle-ci.

La traverse est « suspendue » au bogie grâce à 4 bielles montées en liaisons pivot. Ce système de bielles permet d'obtenir la cinématique de pendulation.

Ce dispositif installé sous la suspension secondaire permet de garantir une excellente stabilité du bogie.

Le mécanisme de pendulation étant situé au-dessous des suspensions secondaires, le comportement des suspensions reste inchangé par rapport à un bogie conventionnel.

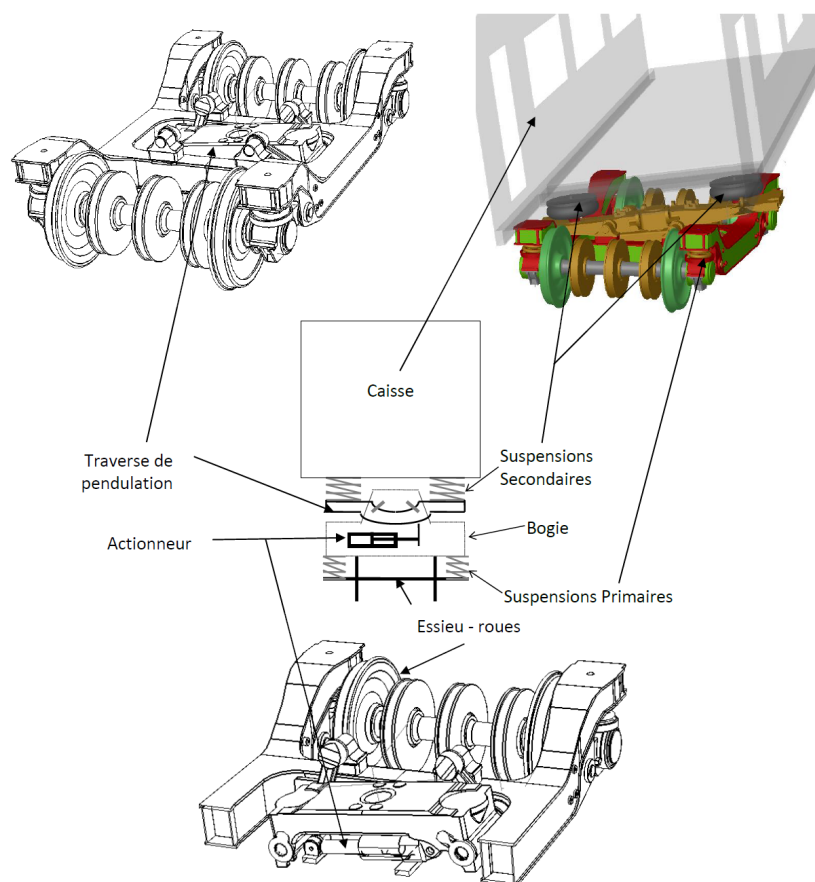


Figure 2 – Schéma du système de pendulation

## 1.1 Problématique et objectifs de l'étude

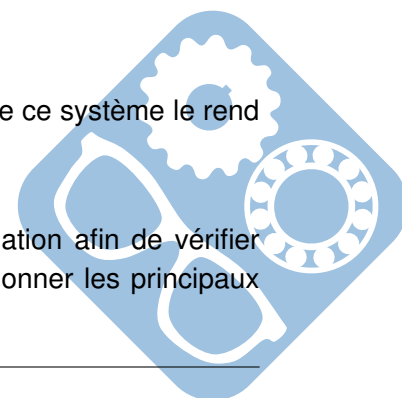
Les trains pendulaires actuellement en service fonctionnent à l'aide d'actionneurs électro-hydrauliques. Cette technologie conduit à des coûts de maintenance très importants. Les concepteurs ont donc étudié la faisabilité d'une pendulation avec actionneurs électromécaniques.

Le système d'actionnement électromécanique présente de nombreux avantages par rapport à la solution électro-hydraulique :

- fiabilité accrue,
- maintenance moins coûteuse,
- poids inférieur,
- encombrement réduit,
- consommation en énergie plus faible.

Ces actionneurs sont plus chers à l'achat mais le coût global de possession de ce système le rend avantageux.

**Objectif :** L'objectif général de l'étude est de modéliser le système de pendulation afin de vérifier la faisabilité d'une technologie de pendulation électromécanique et d'en dimensionner les principaux composants mécaniques, électriques et de commande.



## 1.2 Fonctions et diagrammes SysMI

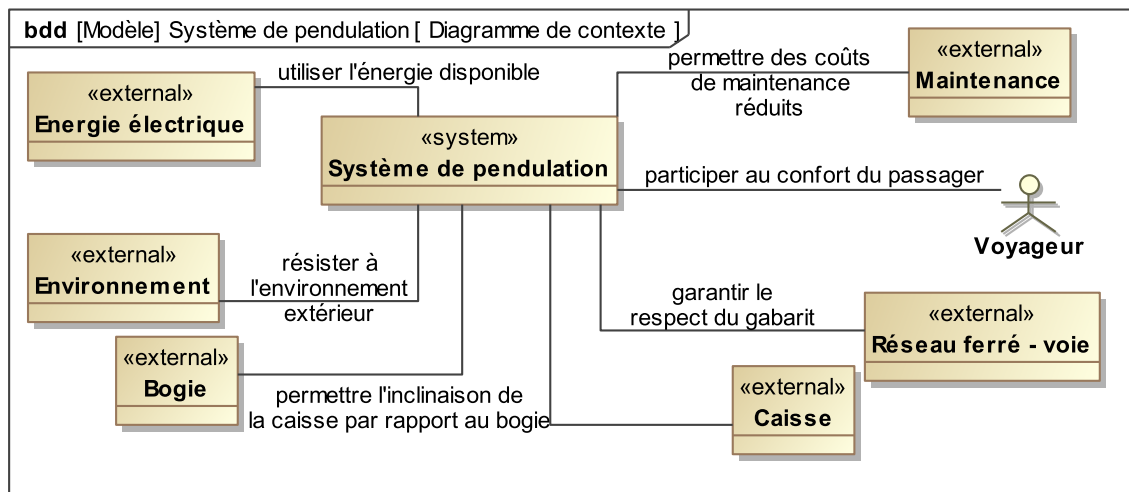


Figure 3 – Diagramme de contexte

Critère	Niveau
Masse de l'ensemble caisse + traverse(par bogie)	$M_c = 35 \text{ tonnes}$
Angle de pendulation maximal entre traverse et bogie	$\alpha_{max} = \pm 6,3^\circ$
Accélération non compensée maximale	$\gamma_{ncmax} = 1,2 \text{ m.s}^{-2}$

Tableau 1 – Caractéristiques du système

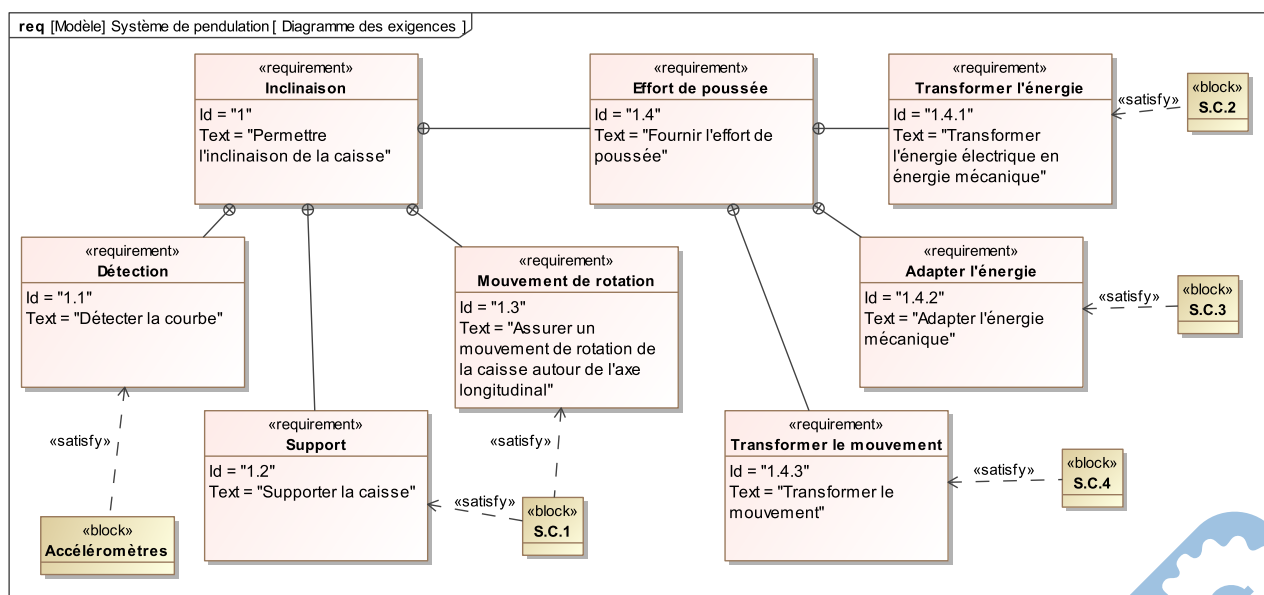
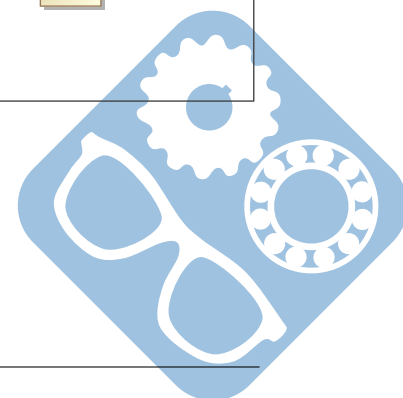


Figure 4 – Diagramme d'exigences



## 2 Analyse fonctionnelle et structurelle

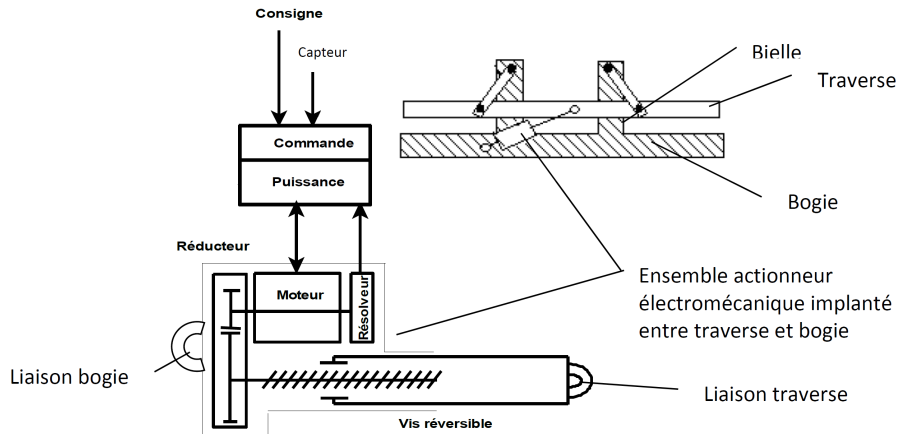


Figure 5 – Schéma de principe commande, actionneur, traverse de pendulation

**Question 1** À l'aide du schéma de principe figure 5 et de la présentation du système fournis au premier paragraphe, indiquer sur le document réponse quelles sont les solutions constructives (S.C.1 à S.C.4) choisies par le constructeur pour assurer la réalisation des fonctions techniques.

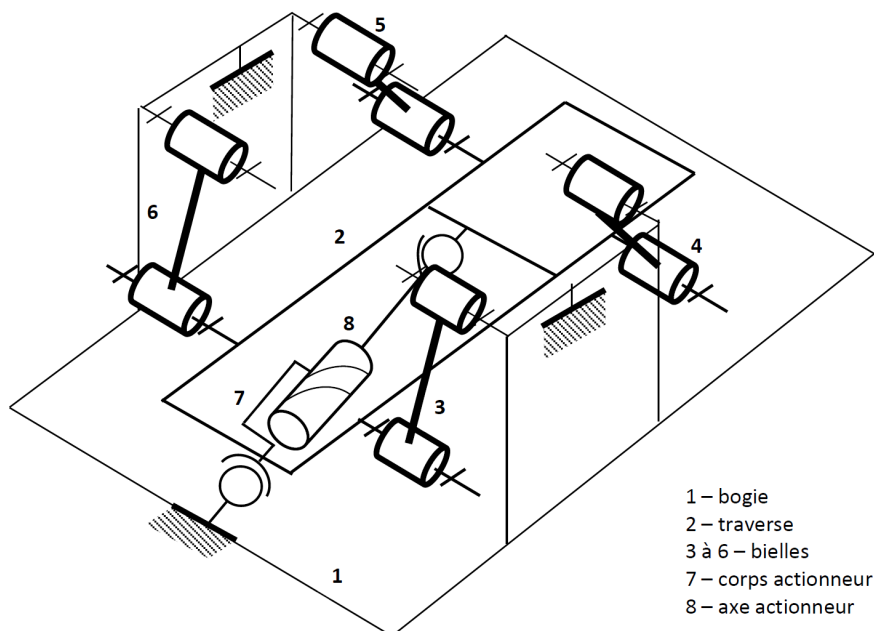


Figure 6 – Schéma cinématique ensemble de pendulation (un seul actionneur représenté)

**Question 2** Sur le document réponse, à l'aide du schéma cinématique fourni figure 6 compléter le graphe de liaisons en indiquant pour chaque liaison leur nom et nombre d'inconnues statiques. Déterminer le degré d'hyperstatisme de l'ensemble.

On supposera l'actionneur électromécanique modélisable par un axe en liaison hélicoïdale avec le corps de l'actionneur. Sur la figure 6, un seul actionneur est modélisé.

Du fait de la symétrie du problème il est possible de réaliser une étude simplifiée de la cinématique de pendulation en ne modélisant qu'un seul actionneur, la traverse et deux bielles, le tout étant ramené dans le plan.

**Question 3** Sur le document réponse compléter le schéma cinématique dans le plan du système de pendulation. Déterminer le degré d'hyperstatisme de l'ensemble pour le modèle plan.

**Question 4** A partir des résultats obtenus aux questions Q2 et Q3, conclure quant aux principales contraintes géométriques qui seraient à spécifier sur le système complet pour assurer un montage et fonctionnement correct du système.

### 3 Étude de la fonction « diminuer les temps de parcours d'au moins 15% »

L'objectif de cette étude est d'évaluer, pour un angle de pendulation maximal imposé par le respect du gabarit, la compensation de dévers obtenue et en déduire le gain de vitesse possible dans une courbe de référence fournie en figure 7 ci-dessous.

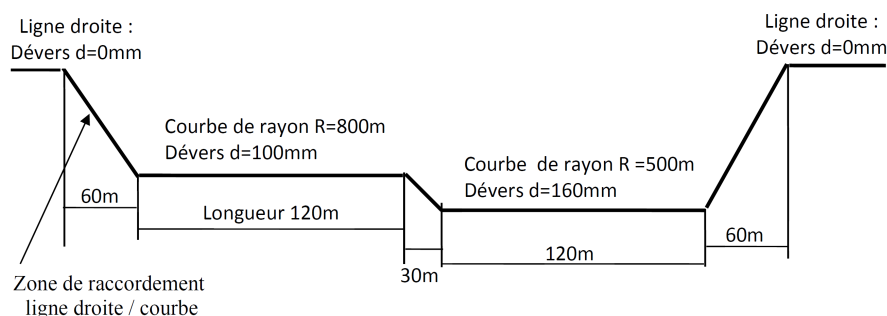
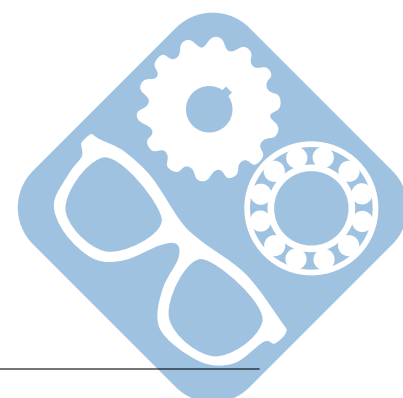


Figure 7 – Tracé de voie : courbe de référence

**Hypothèses et notations (cf figure 8) :** Dans un premier temps, le véhicule est considéré classique sans système de pendulation :

- l'ensemble  $\{D\}$  constitué de la caisse, du bogie et des essieux est supposé indéformable,
- les liaisons sont supposées parfaites,
- l'écartement des rails est noté  $e$ ,
- l'angle de dévers de pose de la voie est noté  $\delta$ ,
- le dévers de voie en mm est noté  $d$ ,
- le point G est le centre de gravité de l'ensemble  $\{D\}$ .



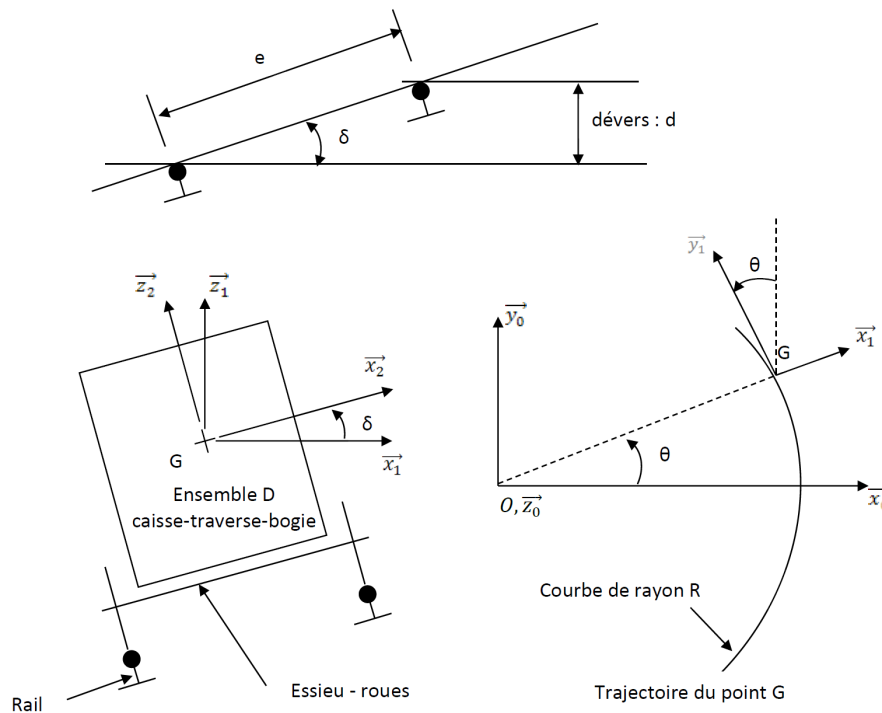


Figure 8 – Modélisation de la voie

Soit  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  repère de référence supposé Galiléen.

L'axe  $(O, \vec{z}_0)$  est perpendiculaire au plan de la trajectoire du véhicule.

L'accélération de la pesanteur est désignée par  $\vec{g} = -g \cdot \vec{z}_0$ .

Le repère  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  suit le point G dans son mouvement curviligne (courbe de rayon R et de centre O).

La vitesse d'avance du véhicule est supposée constante avec  $\vec{V}_{G \in R_1 / R_0} = V \cdot \vec{y}_1$ .

L'angle  $\delta$  est très faible ce qui permet l'approximation suivante :  $\cos \delta = 1$ .

**Question 5** Exprimer l'accélération  $\vec{a}_{G/R_0}$  du point G par rapport à  $R_0$  en fonction de V et R.

Soit  $\gamma_{nc}$  la composante d'accélération appelée accélération non compensée. Elle correspond à l'accélération latérale équivalente réellement ressentie par le passager.

**Question 6** Montrer que  $\gamma_{nc} = (\vec{g} - \vec{a}_{G/R_0}) \cdot \vec{x}_2$  peut s'écrire sous la forme :  $\gamma_{nc} = \frac{V^2}{R} - g \cdot \frac{d}{e}$ .

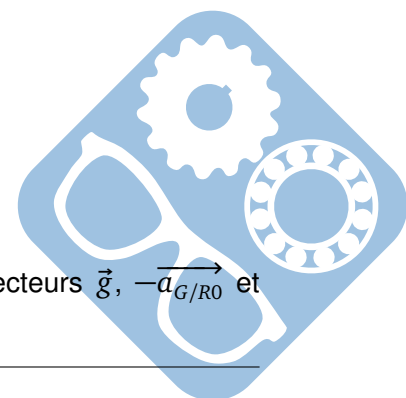
**Question 7** Exprimer en fonction de V, R, g et e, l'angle de dévers  $\delta$  puis le dévers de voie d permettant d'annuler cette composante  $\gamma_{nc}$ .

Application numérique :

- rayon de courbe  $R = 800m$ ,
- dévers de voie installé :  $d = 100mm$ ,
- vitesse du véhicule  $V = 145km \cdot h^{-1}$ ,
- écartement de voie  $e = 1150mm$ ,
- $g = 10m \cdot s^{-2}$ .

**Question 8** Calculer la composante d'accélération non compensée  $\gamma_{nc}$ .

**Question 9** Représenter sur la figure du document réponse les différents vecteurs  $\vec{g}$ ,  $-\vec{a}_{G/R_0}$  et  $\gamma_{nc} \cdot \vec{x}_2$ .

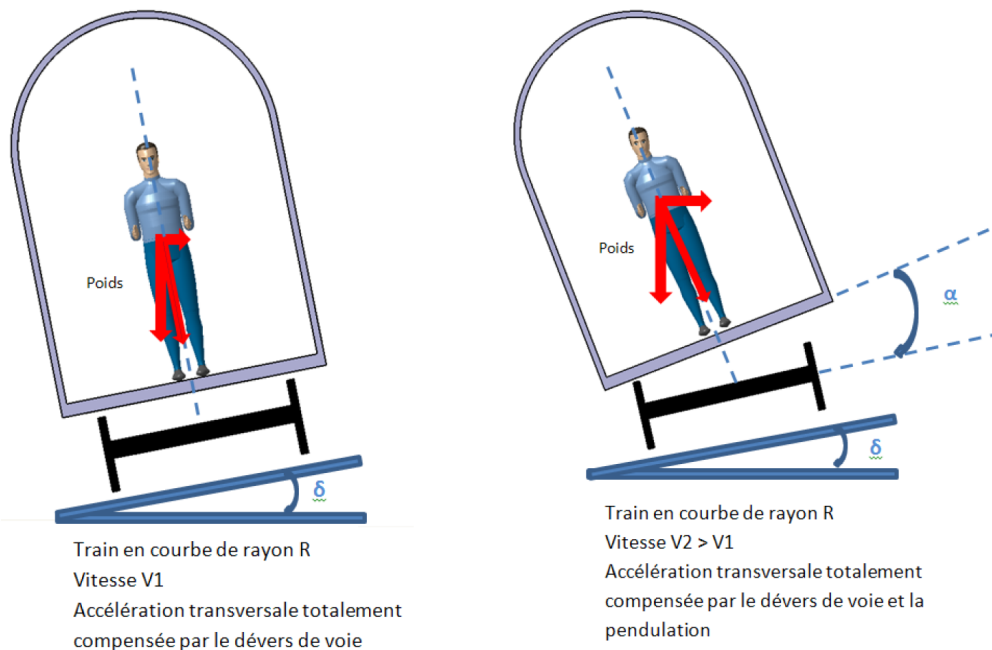


L'insuffisance de dévers correspond à ce qu'il faudrait ajouter au dévers de voie installé pour annuler l'accélération non compensée  $\gamma_{nc}$ .

**Question 10** Calculer l'insuffisance de dévers puis l'angle de dévers correspondant exprimé en degré.

On prendra pour la suite  $\sin(\delta + \alpha) \simeq 0,31$ .

**On s'intéresse maintenant au véhicule équipé du système de pendulation de caisse.**



Les normes ferroviaires imposent que l'accélération latérale en courbe ressentie par un passager (accélération latérale non compensée) ne dépasse pas 1,2 .

L'angle de pendulation de caisse est noté  $\alpha$ .

L'inclinaison de la caisse  $\alpha$  obtenue grâce au système de pendulation permet de compenser le manque de dévers de voie pour augmenter la vitesse en courbe tout en limitant l'accélération non compensée.

Le respect du gabarit du train autorise une inclinaison maximale de la caisse par rapport au plan des rails de  $\alpha_{MAX} = 6,3^\circ$ . Cette inclinaison vient s'ajouter à l'angle de dévers de voie  $\delta$ .

**Question 11** Déterminer la vitesse que pourra atteindre le véhicule dans cette courbe de référence en respectant l'accélération non compensée maximale autorisée.

**Question 12** Conclure vis-à-vis des gains de temps espérés.

## 4 Étude de la « assurer un mouvement de rotation de la caisse »

L'objectif de cette étude est de caractériser la course et la vitesse de sortie d'axe d'actionneur vis-à-vis des objectifs de rapidité de pendulation. Ces caractéristiques permettront la validation du choix préliminaire de l'actionneur électro-mécanique par le concepteur.

L'épure suivante représente le système de pendulation ramené dans le plan, pour un angle de dévers  $\delta$  de  $5^\circ$  et un angle quelconque d'inclinaison de caisse.



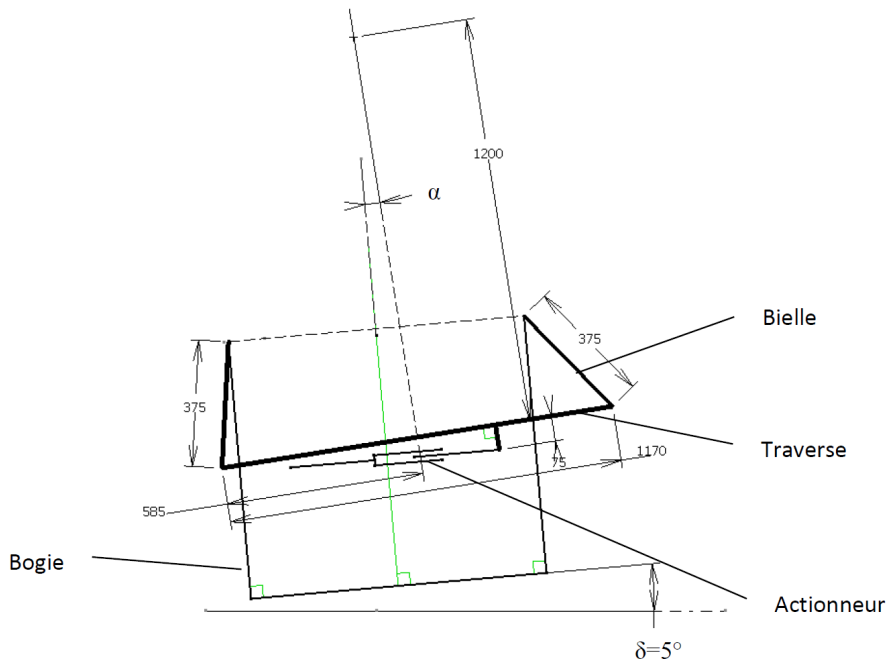


Figure 9 – Epure du système de pendulation ramené dans le plan

On donne une vitesse de rotation à imposer à la caisse de  $0,1 \text{ rad.s}^{-1}$ .

**Question 13** Sur le document réponse représentant le système pour une pendulation de caisse intermédiaire  $\alpha$  de  $5^\circ$  et un angle de dévers  $\delta$  de  $5^\circ$  :

- tracer le support de la vitesse du point B de la traverse pendulaire :  $\vec{V}_{B \in 2/1}$  en mouvement par rapport au châssis de bogie. Justifier.
- tracer le support de la vitesse du point D de la traverse pendulaire :  $\vec{V}_{D \in 2/1}$  en mouvement par rapport au châssis de bogie.
- placer alors sur le dessin le point  $I_{21}$  Centre Instantané de rotation du mouvement de 2 par rapport à 1.
- tracer le support de la vitesse du point H,  $\vec{V}_{H \in 2/1}$  de la traverse en mouvement par rapport au châssis.
- pour la vitesse de rotation de caisse fournie, en déduire graphiquement l'amplitude de la vitesse de sortie d'axe d'actionneur  $\|\vec{V}_{D \in 2/1}\|$ .

La vitesse d'axe d'actionneur suit la loi trapézoïdale suivante :

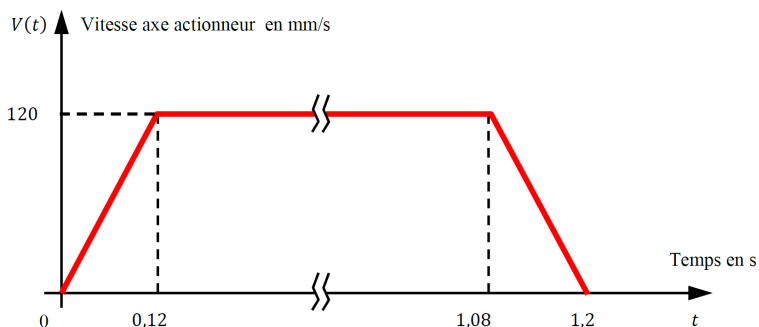
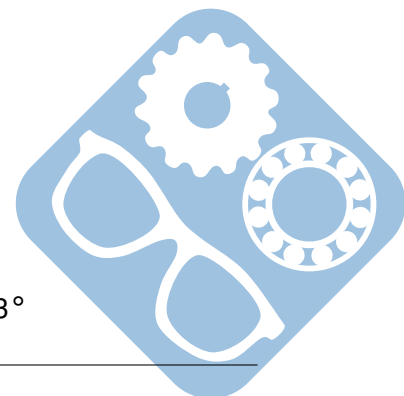


Figure 10 – Loi de vitesse axe actionneur pour un angle  $\alpha = 6,3^\circ$





D'après la Figure 11, il est possible de calculer l'effort appliqué sur l'actionneur en fonction de la déformation de la liaison entre la tête de l'actionneur et l'attache de la traverse.

- $K_{AV} = 5.10^7 N.m^{-1}$  : raideur d'attache de la tête de l'actionneur,
  - $X_V$  : position de la vis (tête de l'actionneur),
  - $X_T$  : position de la traverse au niveau de l'attache.
- On donne  $F_V = K_{AV} \cdot (X_V - X_T)$ .

**Question 17** Déterminer les fonctions  $A_5$  et  $A_6$ , avec  $A_6 = A_5$  en fonction des paramètres de la vis et du réducteur.

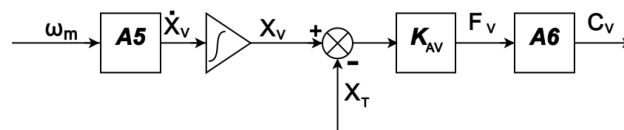


Figure 13 – Schéma de Laplace du réducteur et de l'actionneur

**On cherche la fonction de transfert de l'actionneur.**

Pour cela, on décompose le système (le schéma complet est donné figure 14) en deux fonctions distinctes.

**Question 18** Dédurre des questions précédentes les fonctions de transfert suivantes :  $\frac{F_v}{I_m}(p)_{X_T(p)=0}$  et  $\frac{F_v}{X_T}(p)_{I_m(p)=0}$ .

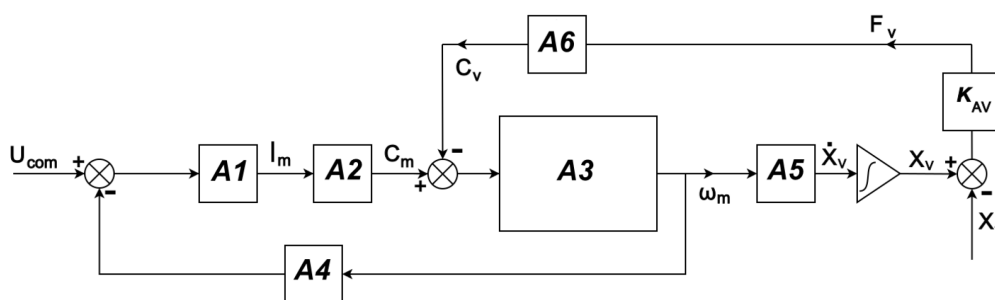


Figure 14 – Schéma de Laplace de l'actionneur détaillé

**Question 19** Compléter le schéma bloc de l'actionneur complet en identifiant  $A_7$ ,  $A_8$  et  $A_9$

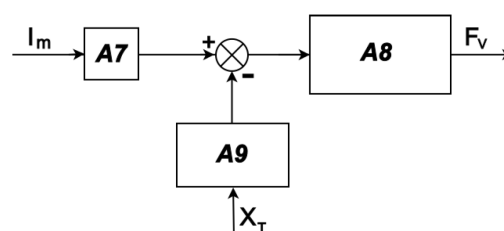
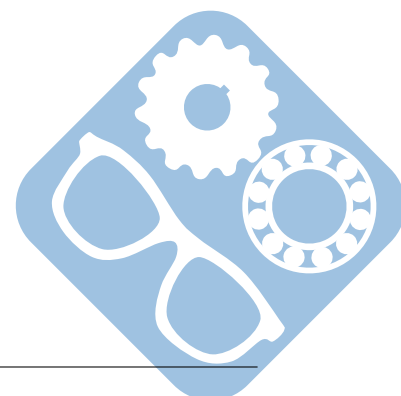


Figure 15 – Schéma de Laplace de l'actionneur complet



**Question 20** Déterminer, à partir de la réponse Q18, l'expression de  $F_V$  en statique ( $p \rightarrow 0$ ) en fonction de  $I_m$ .

On peut montrer que :  $C_m = F_V \cdot \frac{\lambda}{N} + \left( \frac{f_V}{N^2} + f_m \right) \cdot \omega_m$ .

**Question 21** Montrer que le résultat à la question précédente peut être retrouvé avec cette indication. On s'intéresse à présent à la commande en tension ( $U_{com}$ ) du moteur.

**Question 22** On cherche la fonction de transfert liant  $X_V$  à  $U_{com}$ .

1. Exprimer  $\omega_m(p)$  en fonction de  $I_m$  et  $F_V$ . (revoir Q16 et Q17),
2. Exprimer  $X_V(p)$  en fonction de  $\omega_m$ . (revoir Q17).

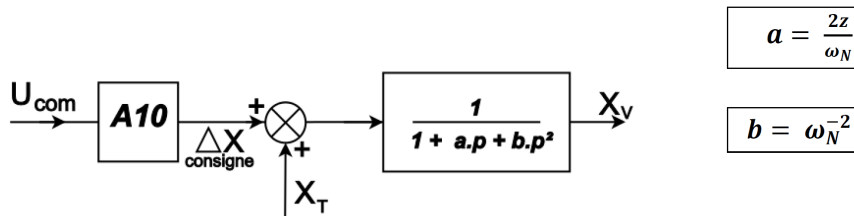


Figure 16 – Schéma de Laplace de l'actionneur complet du point de vue de la commande

3. En déduire, à partir des résultats 1 et 2, la relation entre  $X_V$  et  $U_{com}$ .

**Question 23** Identifier  $A_{10}$ ,  $\omega_N$  et  $z$  à partir des résultats précédents.

**Question 24** Donner la condition permettant d'éviter un dépassement afin de répondre au cahier des charges.

## 6 Vérification de la précision de positionnement

On se propose dans cette partie de vérifier la précision de pendulation.

Le cahier des charges spécifie que sur une consigne de position, la course de l'axe de l'actionneur ne doit présenter aucune « marche » supérieure à 2 mm.

La course effectuée par l'axe de l'actionneur est connue grâce à un boîtier de recopie de type capteur résolveur monté à l'extrémité de l'axe moteur.

La réduction utilisée est de  $100 \left( \frac{\omega_m}{\omega_{res}} = 100 \right)$  entre la rotation de l'axe moteur et celle du capteur résolveur. Le pas de la vis est  $p = 10mm$ .

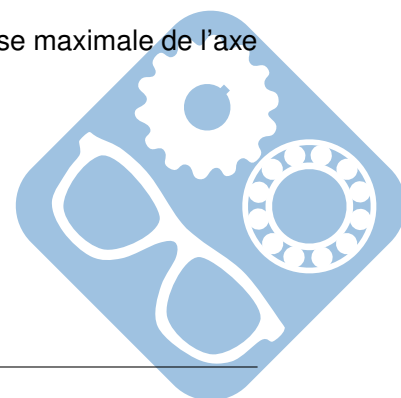
**Question 25** Déterminer la rotation qu'effectue le capteur résolveur pour la course maximale de l'axe actionneur de 140 mm.

**Question 26** Justifier alors le choix de ce rapport de réduction.

L'incertitude sur le calage du zéro résolveur est de  $\pm 10$  minute d'angle.

Définition des différents jeux dans la chaîne d'actionneur :

- articulations actionneur/bogie et actionneur/traverse :  $\Delta_{art} = \pm 0,12mm$ ,
- jeu au niveau du couple d'engrenages du réducteur :  $\Delta_{red} = \pm 0,2^\circ$ ,
- jeu pour la vis à rouleau :  $\Delta_{vis} = \pm 0,02mm$ .





placé. On souhaite donc une solution démontable comme celle entre l'arbre et le roulement présentée à la figure 19. On ajoutera une clavette afin de bloquer la rotation de l'engrenage autour de l'arbre.

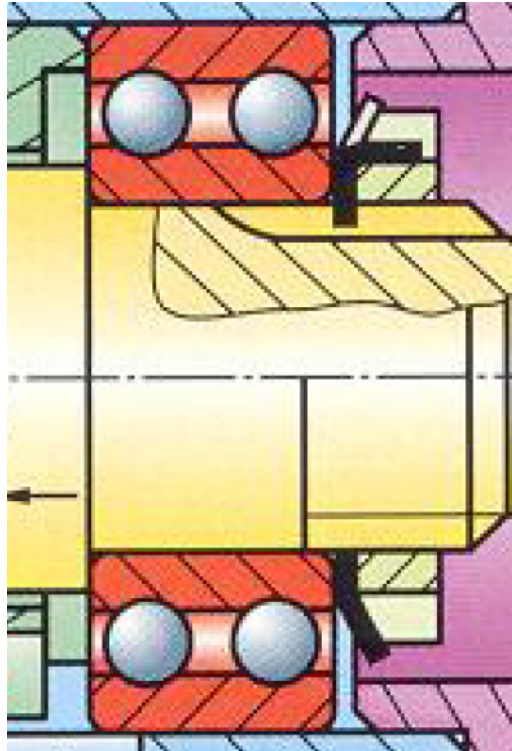


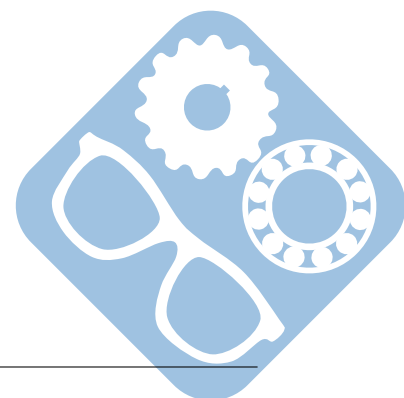
Figure 19 – Solution d'assemblage

**Question 29** Compléter le dessin du document réponse en intégrant cette solution pour l'assemblage de l'engrenage.

Détail de la conception :

- intégrer une clavette,
- mettre un épaulement sur un des côté (faire attention à l'assemblage),
- mettre un écrou de l'autre côté (faire attention à l'assemblage).

— FIN DU SUJET —



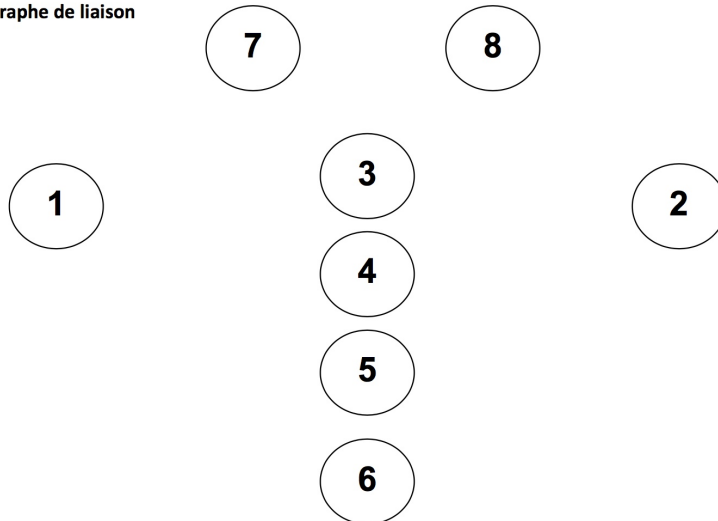
Nom: ..... Prénom: .....

## 8 Documents réponse

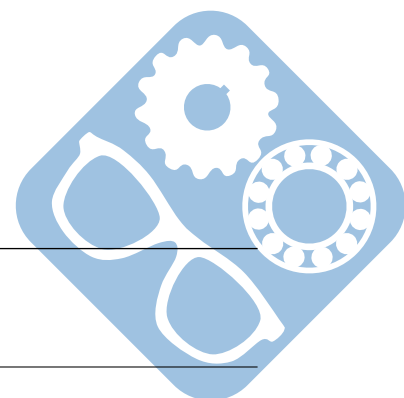
Question 1:

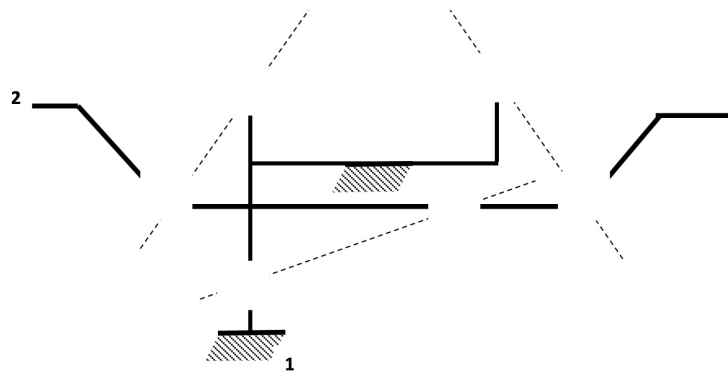
Question 2:

Graphe de liaison



Question 3:



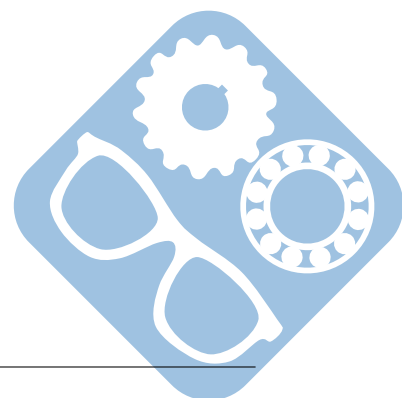


---

**Question 4:**

---

**Question 5:**





Nom: ..... Prénom: .....

---

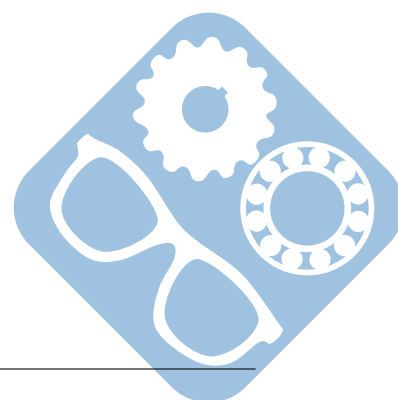
**Question 6:**

---

**Question 7:**

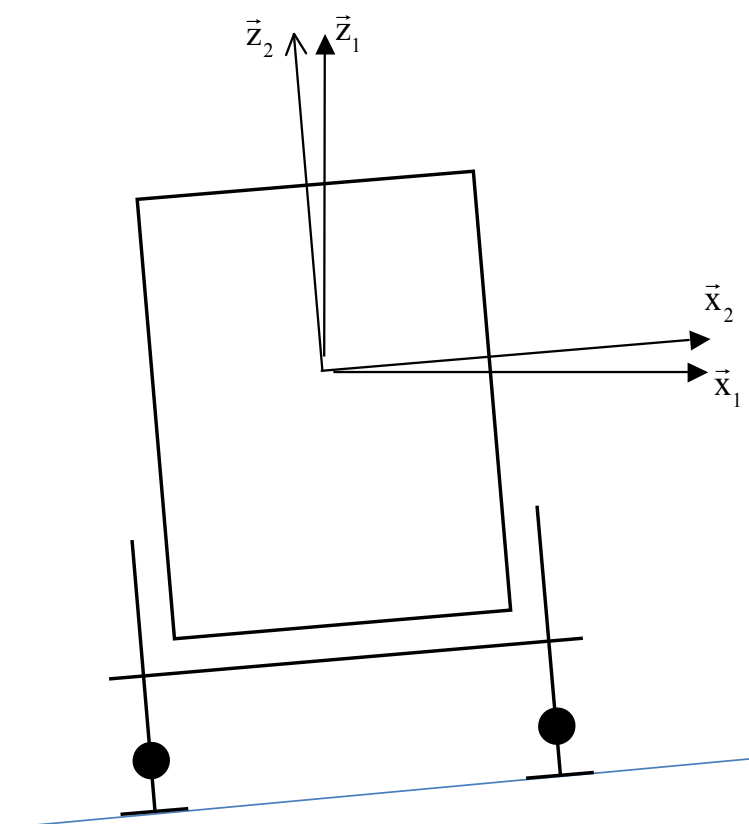
---

**Question 8:**



## Question 9:

## Q9. Accélération non compensée



Echelle de représentation de  
l'accélération : 1cm pour 1m/s<sup>2</sup>

Nom: ..... Prénom: .....

---

---

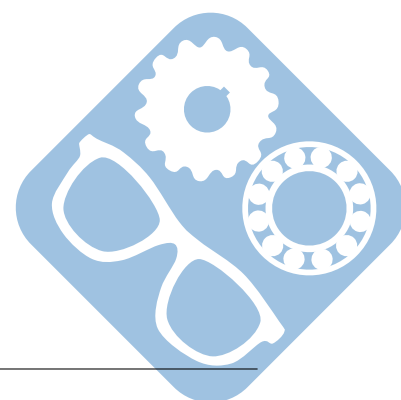
**Question 10:**

---

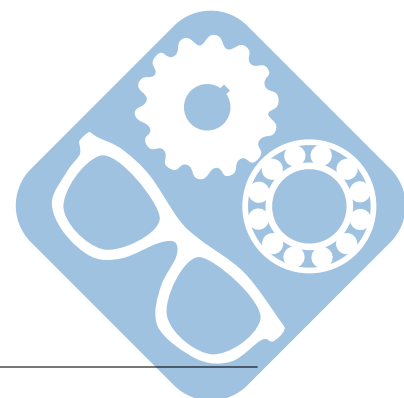
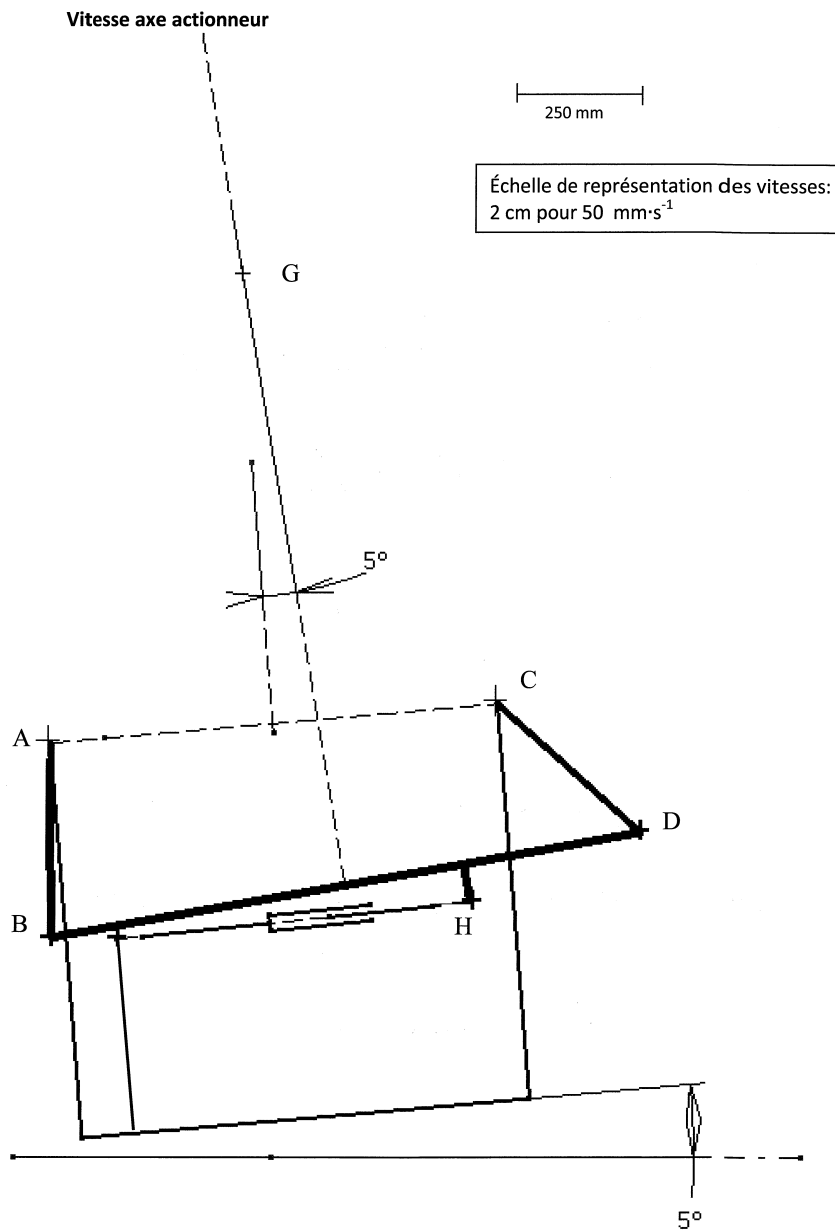
**Question 11:**

---

**Question 12:**



Question 13:



Nom: ..... Prénom: .....

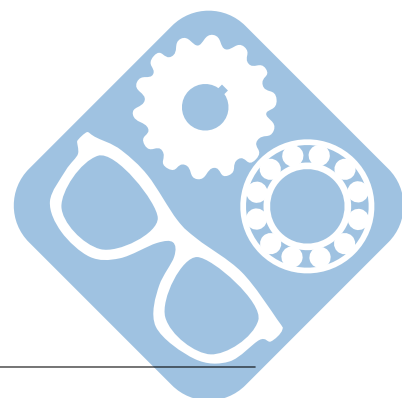
---

---

**Question 14:**

---

**Question 15:**



Train pendulaire

---

---

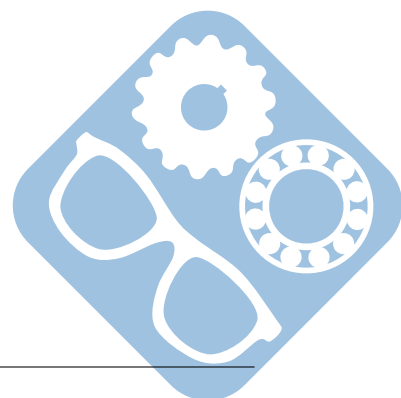
**Question 16:**

---

**Question 17:**

---

**Question 18:**



Nom: ..... Prénom: .....

---

---

**Question 19:**

---

**Question 20:**

---

**Question 21:**

---

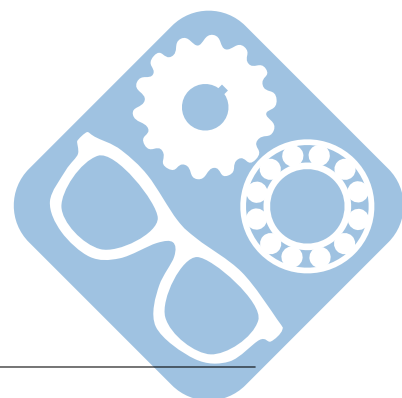
**Question 22:**

---

**Question 23:**

---

**Question 24:**



Train pendulaire

---

---

**Question 25:**

---

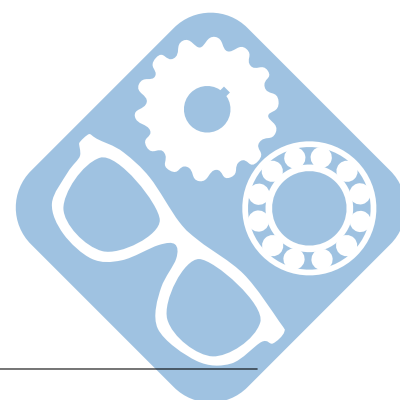
**Question 26:**

---

**Question 27:**

---

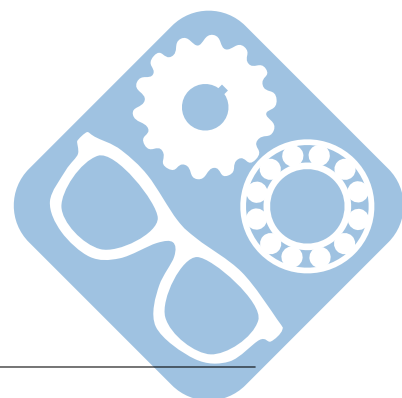
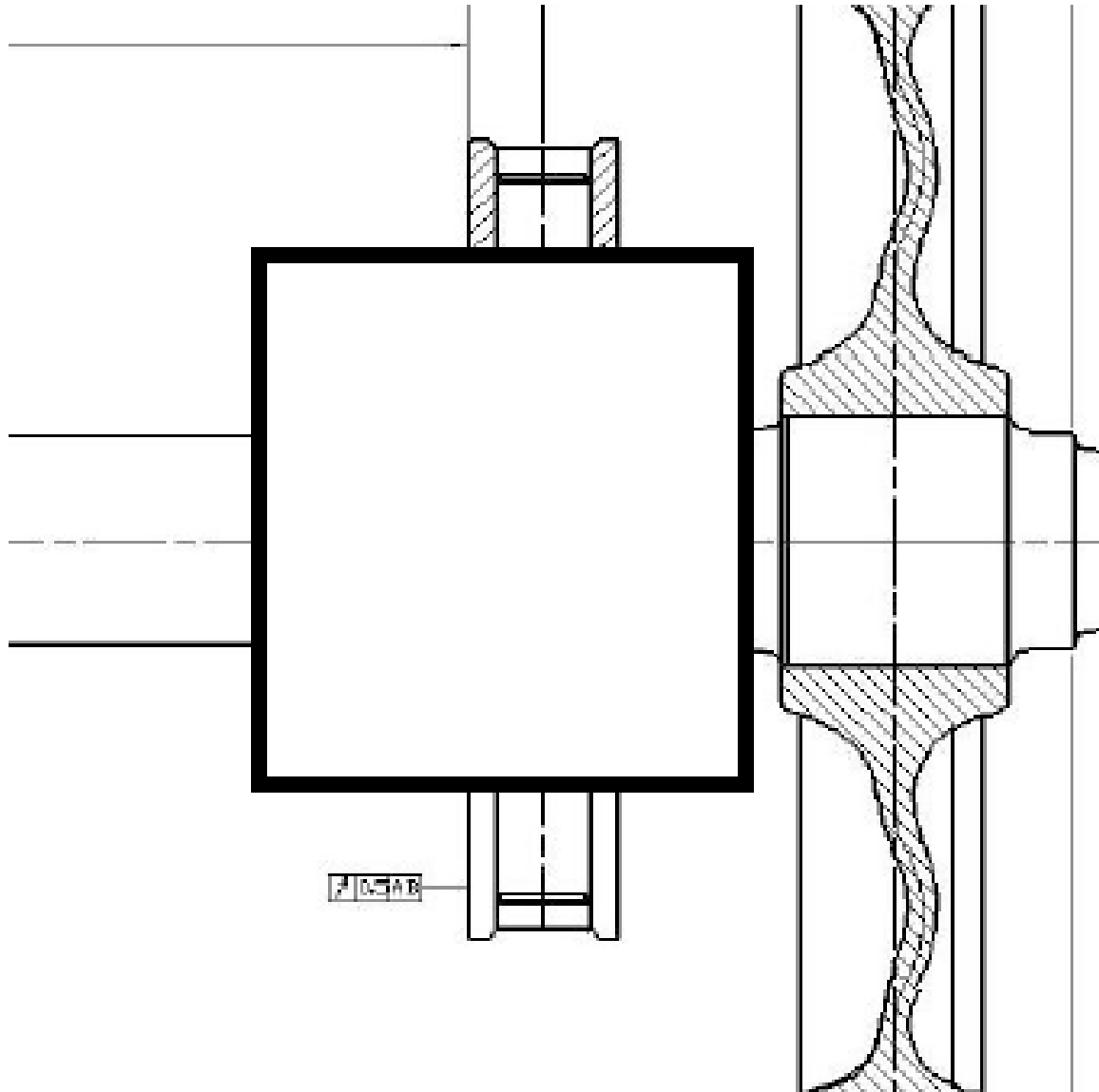
**Question 28:**

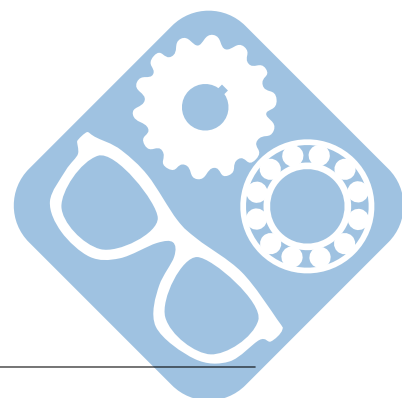




Nom: ..... Prénom: .....

**Question 29:**



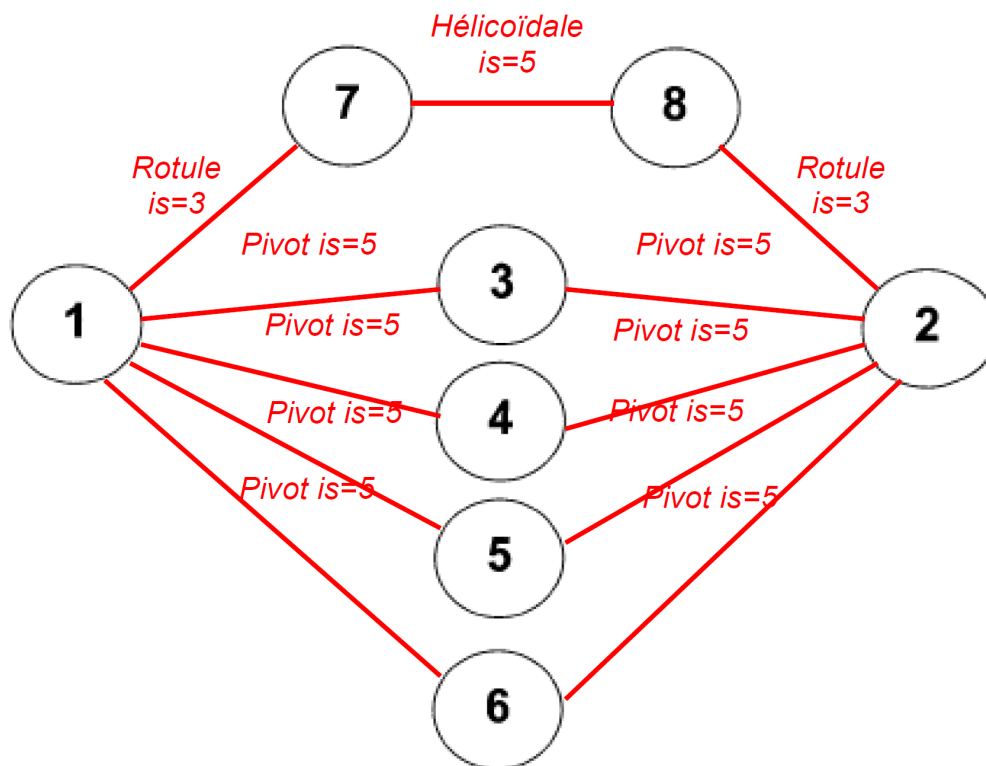


## 9 Correction

### Question 1:

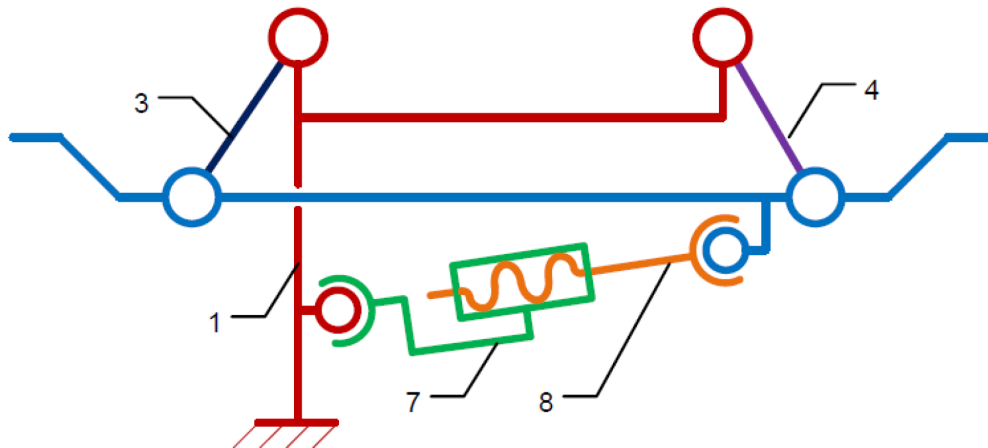
- S.C.1 : Traverse + 4 bielles montées en liaison pivot,
- S.C.2 : Moteur,
- S.C.3 : Réducteur,
- S.C.4 : Vis réversible.

### Question 2:



- Nombre de mobilités :  $mc = 2$
- Nombre d'équations statiques :  $rs = 6 \cdot (p-1) - mc = 6 \cdot (8-1) - 2 = 42$
- Nombre d'inconnues statiques :  $Ns = 8 \cdot 5 + 5 + 2 \cdot 3 = 51$  (8 pivots, 1 hélicoïdale, 2 rotules)
- $h = Ns - rs = 11$ , donc le système est hyperstatique d'ordre 11

### Question 3:



- Nombre de mobilités :  $mc = 2$
- Nombre d'équations statiques :  $rs=6.(p-1)-mc=6.(6-1)-2= 28$
- Nombre d'inconnues statiques :  $Ns = 4.5 + 5 + 2.3 = 31$  (4 pivots, 1 hélicoïdale, 2 rotules)
- $h=Ns-rs=3$ , donc le système est hyperstatique d'ordre 3

**Question 4:**

- La liaison 3/2 doit être // à la liaison 6/2,
- La liaison 4/2 doit être // à la liaison 6/2,
- La liaison 5/2 doit être // à la liaison 6/2,
- La liaison 3/2 doit être coaxiale à la liaison 6/2,
- La liaison 4/2 doit être coaxiale à la liaison 5/2.

**Question 5:**

$$\vec{a}_{G/R0} = \left[ \frac{dV_{G/R0}}{dt} \right]_{R0} = \left[ \frac{dV.y_1}{dt} \right]_{R0} = \vec{\Omega}_{R1/R0} \wedge V.y_1 = -\dot{\theta}.V.x_1$$

Avec  $\dot{\theta} = \frac{V}{R}$ , on obtient  $\vec{a}_{G/R0} = -\frac{V^2}{R}.x_1$

**Question 6:**

$$\gamma_{nc} = (\vec{g} - \vec{a}_{G/R0}).x_2 = (-g.z_0 + \frac{V^2}{R}.x_1).x_2 = -g.\sin\delta + \frac{V^2}{R}.\cos\delta$$

On a :  $\cos\delta = 1$  et  $\sin\delta = \frac{d}{e}$ , donc :

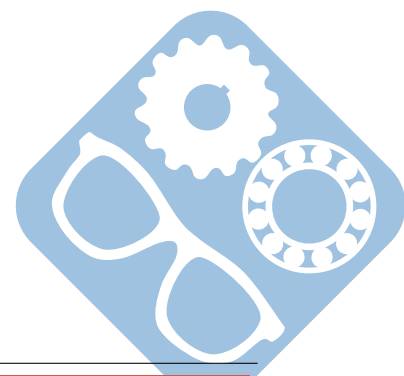
$$\gamma_{nc} = \frac{V^2}{R} - g.\frac{d}{e}$$

**Question 7:**

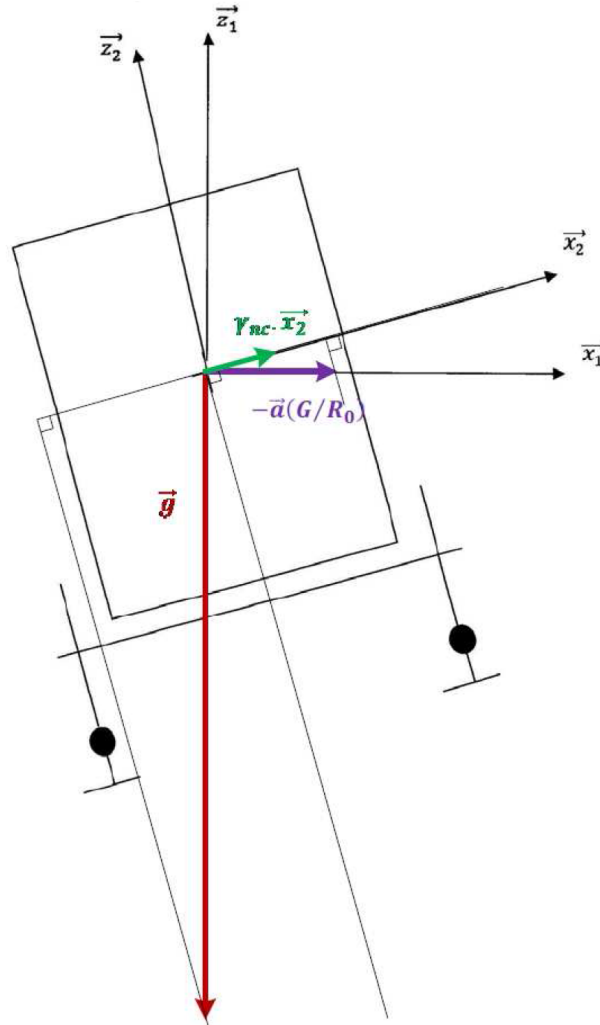
On veut  $\gamma_{nc} = 0$ , donc  $d = \frac{V^2.e}{R.g}$ , donc  $\delta = \arcsin\left(\frac{V^2}{R.g}\right)$

**Question 8:**

Application numérique :  $\gamma_{nc} = \frac{\left(\frac{145.1000}{60.60}\right)^2}{800} - \frac{10.100}{1150} = 1,16m.s^{-2}$



Question 9:



Question 10:

D'après la question 7,  $d = \frac{V^2 \cdot e}{R \cdot g} = \frac{40,3^2 + 1150}{800 \cdot 10} = 233,5 \text{ mm}$

Sachant que le dévers actuel fait 100mm, l'insuffisance de dévers vaut donc  $233,5 - 100 = 133,5 \text{ mm}$ .

$$\delta = \arcsin\left(\frac{d}{e}\right) = 11,7^\circ$$

Question 11:

D'après la question 6,  $\gamma_{nc} = \frac{V^2}{R} - g \cdot \sin(\delta + \alpha)$

On a donc  $\frac{V^2}{R} = \gamma_{nc} + g \cdot \sin(\delta + \alpha)$ , donc  $V = \sqrt{R \cdot (\gamma_{nc} + g \cdot \sin(\delta + \alpha))}$

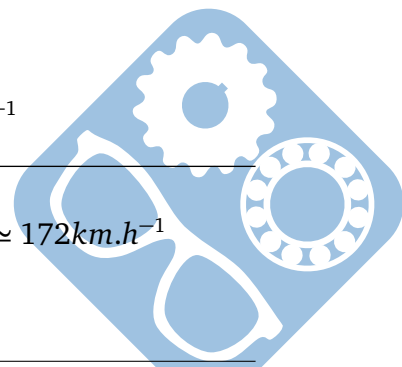
$$V = \sqrt{800 \cdot (1,2 + 10 \cdot 0,31)} = \sqrt{800 \cdot 4,3} \approx 40 \cdot \sqrt{2} \approx 56 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 200 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

Question 12:

$\sin \delta \approx 0,2$ , donc  $V = \sqrt{800 \cdot (1,2 + 10 \cdot 0,2)} = \sqrt{80 \cdot 32} \approx 16 \cdot \sqrt{10} \approx 48 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 172 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

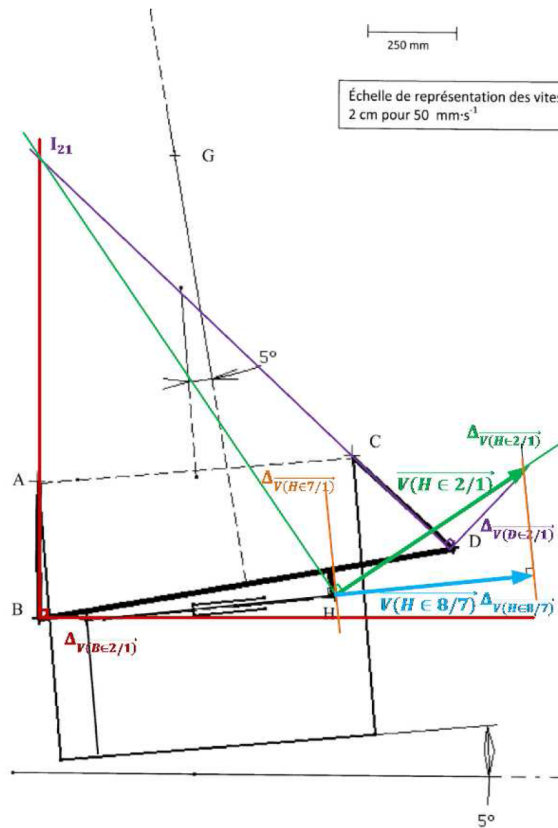
Pour parcourir 100km, à  $172 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , il faut 0,58h.

Pour parcourir 100km, à  $200 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , il faut 0,5h.



Le gain est donc de  $\frac{0,58-0,5}{0,5} \cdot 100 = 16\%$ , le cahier des charges est donc respecté.

**Question 13:**



**Question 14:**

$t \in [0; 0,12]$ ,  $V(t) = 1000 \cdot t$ , donc  $X_v(t) = 1000 \cdot \frac{t^2}{2}$ , avec  $X_v(0,12) = 1000 \cdot \frac{0,12^2}{2} = 7,2$

$t \in [0,12; 1,08]$ ,  $V(t) = 120$ , donc  $X_v(t) = 120 \cdot t + C_0$ , avec  $X_v(0,12) = 120 \cdot 0,12 + C_0 = 7,2$ , donc  $C_0 = -7,2$ , donc  $X_v(t) = 120 \cdot t - 7,2$  et  $X_v(1,08) = 120 \cdot 1,08 - 7,2 = 122,4$ .

$t \in [1,08; 1,2]$ ,  $V(t) = -1000 \cdot t + C_1$ , avec  $V(1,08) = -1000 \cdot 1,08 + C_1 = 0$ , donc  $C_1 = 1080$  donc  $X_v(t) = -1000 \cdot \frac{t^2}{2} + 1080 \cdot t + C_2$ , avec  $X_v(1,08) = -1000 \cdot \frac{1,08^2}{2} + 1080 \cdot 1,08 + C_2 = 122,4$ , donc  $C_2 = -590,4$ , donc  $X_v(t) = -1000 \cdot \frac{t^2}{2} + 1080 \cdot t - 590,4$

**Question 15:**

$$X_{total} = -1000 \cdot \frac{1,2^2}{2} + 1080 \cdot 1,2 - 590,4 = -720 + 1296 - 590,4 = 129,6 \text{ mm}$$

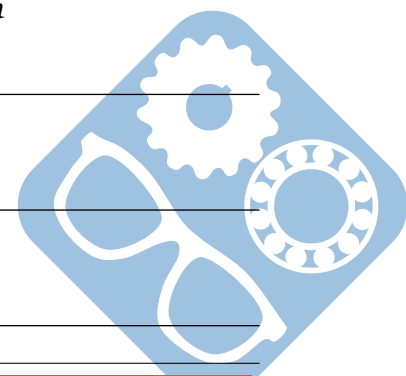
$$X_{total} = 120 \cdot 1,08 = 129,6 \text{ mm}$$

**Question 16:**

$$A_1(p) = \frac{1}{R}, A_2(p) = K, A_3(p) = \frac{1}{J_{eq} \cdot p + f_r}, A_4(p) = K$$

**Question 17:**

$$\frac{dX_v}{dt} = \frac{\lambda}{N} \cdot \omega_m, \text{ donc } p \cdot X_v(p) = \frac{\lambda}{N} \cdot \omega_m(p), \text{ donc } A_5(p) = A_6(p) = \frac{\lambda}{N}$$



**Question 18:**

$$\frac{F_v}{I_m}(p) = \frac{K_{AV} \cdot A5 \cdot A3 \cdot A2}{p + K_{AV} \cdot A5 \cdot A3 \cdot A6} \text{ et } \frac{F_v}{X_T}(p) = -\frac{p \cdot K_{AV}}{p + K_{AV} \cdot A5 \cdot A3 \cdot A6}$$

**Question 19:**

$$F_v = \frac{K_{AV}}{p + K_{AV} \cdot A5 \cdot A3 \cdot A6} \cdot (A5 \cdot A3 \cdot A2 \cdot I_m - p \cdot X_T) = A8 \cdot (A7 \cdot I_m - A9 \cdot X_T),$$

donc  $A7 = A5 \cdot A3 \cdot A2$ ,  $A8 = \frac{K_{AV}}{p + K_{AV} \cdot A5 \cdot A3 \cdot A6}$  et  $A9 = p$

**Question 20:**

$$\frac{F_v}{I_m}(p) = \frac{K_{AV} \cdot \frac{\lambda}{N} \cdot \frac{1}{f_m} \cdot \frac{1}{\tau_v \cdot p + 1} \cdot K}{p + K_{AV} \cdot \frac{\lambda}{N} \cdot \frac{1}{f_m} \cdot \frac{1}{\tau_v \cdot p + 1} \cdot \frac{\lambda}{N}}$$

En statique,  $p \rightarrow 0$ , donc  $\frac{F_v}{I_m}(p) \rightarrow \frac{K \cdot N}{\lambda}$

**Question 21:**

En statique  $\omega_m = 0$ , donc  $C_m = K \cdot I_m \rightarrow F_v \cdot \frac{\lambda}{N}$ , donc  $\frac{F_v}{I_m}(p) \rightarrow \frac{K \cdot N}{\lambda}$

**Question 22:**

$$\omega_m = A3 \cdot (A2 \cdot I_m - A6 \cdot F_v) = A3 \cdot A2 \cdot I_m - A3 \cdot A6 \cdot F_v$$

$$X_v = \frac{A5}{p} \cdot \omega_m$$

$$X_v = \frac{A5}{p} \cdot A3 \cdot A2 \cdot I_m - \frac{A5}{p} \cdot A3 \cdot A6 \cdot F_v = \frac{A5}{p} \cdot A3 \cdot A2 \cdot A1 \cdot (U_{com} - A4 \cdot \omega_m) - \frac{A5}{p} \cdot A3 \cdot A6 \cdot K_A V \cdot (X_v - X_T)$$

or  $\omega_m = \frac{p}{A5} \cdot X_v$ ,

donc  $X_v = \frac{\frac{K \cdot N}{R \cdot \lambda \cdot K_{AV}} \cdot U_{com} + X_T}{1 + \left( \frac{K^2 \cdot N^2}{R \cdot \lambda^2 \cdot K_{AV}} + \frac{N^2 \cdot f_m}{\lambda^2 \cdot K_{AV}} \right) \cdot p + \frac{\tau_v \cdot N^2 \cdot f_m}{\lambda^2 \cdot K_{AV}} \cdot p^2}$

**Question 23:**

$$A10 = \frac{K \cdot N}{R \cdot \lambda \cdot K_{AV}}, \omega_N = \frac{\lambda}{N} \cdot \sqrt{\frac{K_{AV}}{\tau_v \cdot f_t}}, z = \frac{N \cdot (K^2 + R \cdot f_t)}{2 \cdot R \cdot \lambda \cdot \sqrt{K_{AV} \cdot f_t}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\tau_v}}$$

**Question 24:**

$z = \frac{3,56}{\sqrt{\tau_v}}$ , pour éviter le dépassement, il faut  $z \geq 1$ , donc  $\tau_v \leq 12,7s$ .

**Question 25:**

$p = 10mm$  et la course est de  $140mm$  donc la vis effectue 14 tours.

$N = 3,04$ , le moteur effectue  $14 \cdot 3,04 = 42,56$  tours.

Le rapport de réduction entre le moteur et le résolveur est de 100 donc le résolveur effectue 0,426tours.

**Question 26:**

Le résolveur effectue moins d'un tour, on aura donc la position absolue sans avoir à compter un nombre de tours éventuel.

**Question 27:**

$$X_v = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \alpha_{vis} \pm \Delta_{vis} \pm \Delta_{art}$$

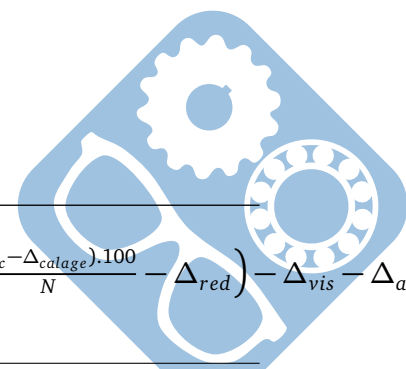
$$\alpha_{vis} = \frac{\alpha_{moteur}}{N} \pm \Delta_{red} = \frac{\alpha_{resolveur} \cdot 100}{N} \pm \Delta_{red} = \frac{(\alpha_{rec} \pm \Delta_{calage}) \cdot 100}{N} \pm \Delta_{red}$$

$$X_v = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \left( \frac{(\alpha_{rec} \pm \Delta_{calage}) \cdot 100}{N} \pm \Delta_{red} \right) \pm \Delta_{vis} \pm \Delta_{art}$$

**Question 28:**

$$\Delta_{XV} = X_{Vmax} - X_{Vmin} = \left[ \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \left( \frac{(\alpha_{rec} + \Delta_{calage}) \cdot 100}{N} + \Delta_{red} \right) + \Delta_{vis} + \Delta_{art} \right] - \left[ \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \left( \frac{(\alpha_{rec} - \Delta_{calage}) \cdot 100}{N} - \Delta_{red} \right) - \Delta_{vis} - \Delta_{art} \right]$$

$\Delta_{XV} = 0,596mm$



L'erreur est inférieure au 2 mm du cahier des charges.

**Question 29:**

Le dessin doit correspondre à celui du roulement à bille pour les arrêts axiaux. Il ne fallait pas dessiner de roulements et il fallait ajouter une clavette. Il fallait faire attention au démontage dans le sens où il fallait prévoir l'extraction de l'écrou et de la pièce par la droite. Évidemment, cela a très peu d'intérêt tant que la liaison à droite reste elle indémontable.

