

## DS 02 - Shimano Ultegra Di2

PTSI

Samedi 01 décembre 2018

### Table des matières

1	Dérailleurs de vélo de course Shimano Ultegra Di2	2
2	Identification de fonctions de transfert	10
3	Conception d'un assemblage par vis	11
4	Documents réponse	17

# Shimano Ultegra Di2

## 1 Dérailleurs de vélo de course Shimano Ultegra Di2

### 1.1 Présentation générale du système

Le vélo fait partie des moyens de transport dont l'utilisation est en augmentation. En effet, depuis quelques années avec l'épuisement progressif des ressources fossiles (pétrole, charbon, gaz naturel,...), les ingénieurs cherchent à diversifier les moyens de transport. Le vélo revient ainsi sur le devant de la scène.

Différents types de vélos existent sur le marché permettant de répondre à des besoins spécifiques que l'on pourrait classer suivant plusieurs catégories :

Type d'utilisation	Lieu d'utilisation	Assistance
utilisation en loisir, utilisation sportive, utilisation en compétition.	en ville, sur route, sur des chemins, en montagne,...	Avec ou sans

Dans ce sujet, nous étudierons le système de changement de vitesses sur un vélo de route conçu pour une utilisation en compétition avec dérailleurs électriques (et bien sûr sans utilisation d'assistance à la propulsion du vélo).

Le dérailleur est un système qui permet de changer le rapport de réduction entre la vitesse de rotation du pédalier et la vitesse de rotation des roues. Il se place sur la chaîne du vélo et déplace la chaîne pour la placer au niveau d'un plateau (dérailleur avant) et au niveau d'un pignon (dérailleur arrière). Une action du cycliste sur la commande séquentielle du dérailleur au niveau des manettes permet de « monter » ou de « descendre » le rapport vitesse et ainsi d'adapter l'action à fournir par le cycliste selon sa volonté.

La société Shimano conçoit des dérailleurs pour tous types de vélos. Nous nous intéresserons au dérailleur Shimano Ultegra Di2 Série 6870.

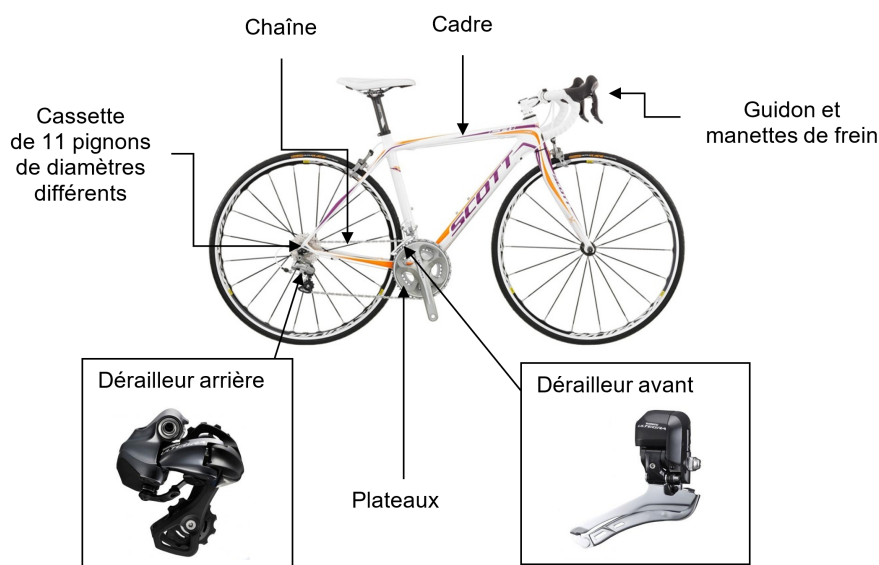
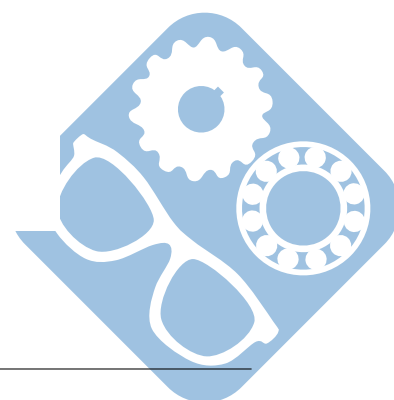


Figure 1 – Vélo de course



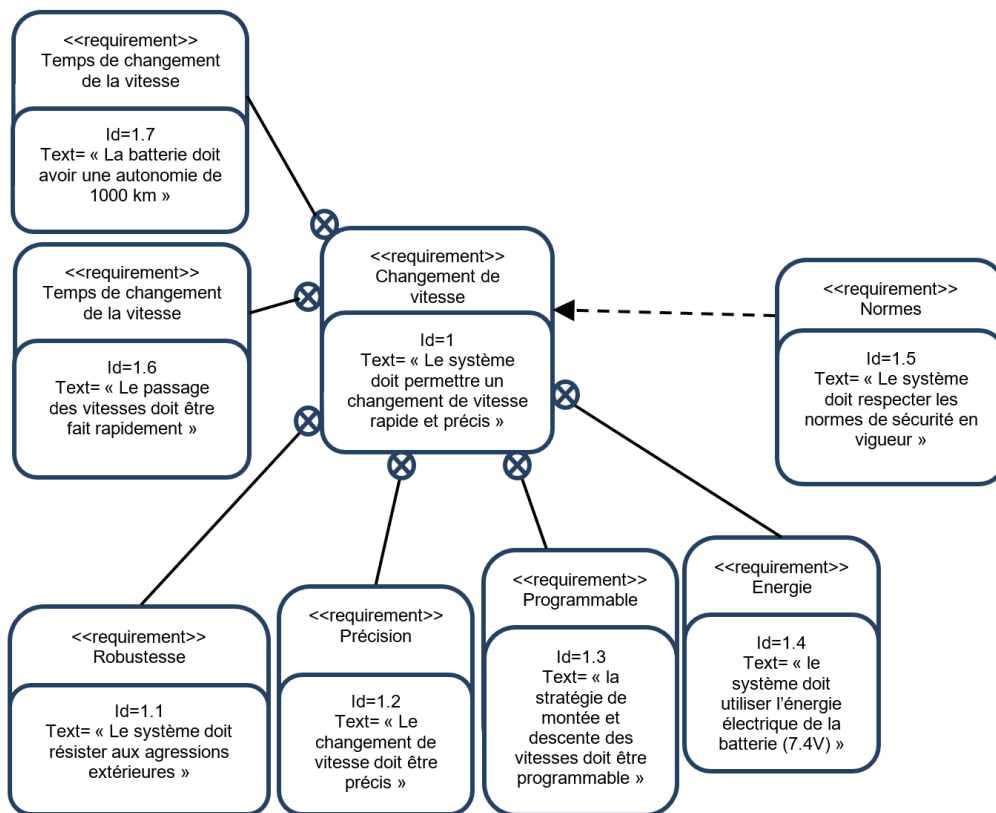


Figure 2 – Diagramme des exigences du dérailleur arrière

Extrait du cahier des charges :

Exigence	Critères	Niveaux
1.2	Précision par rapport à la position centrée	0,34 mm
1.2	Distance entre le galet de guidage et les pignons	non contact
1.3	Adaptation au type de parcours	Route, cyclocross, VTT
1.6	Temps de changement de vitesse (valeur en s)	< 0,3 s
1.6	Dépassement (valeur en mm)	= 0,5 mm
1.7	Autonomie de la batterie	1000 km

L'exigence de rapidité 1.6 est associée de manière évidente à un critère temporel mais elle nécessite également de cibler un dépassement de 0,5 mm afin que la chaîne puisse « accrocher » plus rapidement le pignon demandé. Au-delà de cette valeur, on pourrait engager le pignon suivant et en dessous de cette valeur, le passage serait moins rapide.

## 1.2 Validation de la géométrie choisie pour les changements de vitesses à l'arrière.

*Objectif : Vérifier que le dérailleur arrière du vélo permette de positionner la chaîne en face du pignon désiré par le cycliste.*

### Choix de la loi d'évolution du déplacement de la chape de dérailleur

Le dérailleur arrière Shimano se fixe sur le cadre du vélo, proche de l'axe de la roue arrière.

L'angle  $\alpha = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$  est fixe et vaut :  $\alpha = 50^\circ$ .



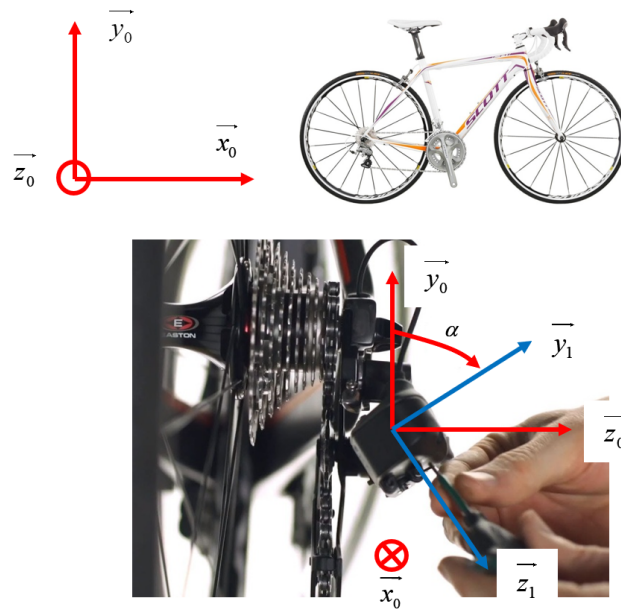


Figure 3 – Vélo vu de l'arrière

D'un point de vue cinématique, le dérailleur peut se modéliser par un parallélogramme articulé (appelé « système 4 barres ») dans le plan  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$ . En effet, comme l'illustre le modèle ci-après, le parallélogramme ABCD se déforme.

### 1.2.1 Modèle simplifié (modèle plan)

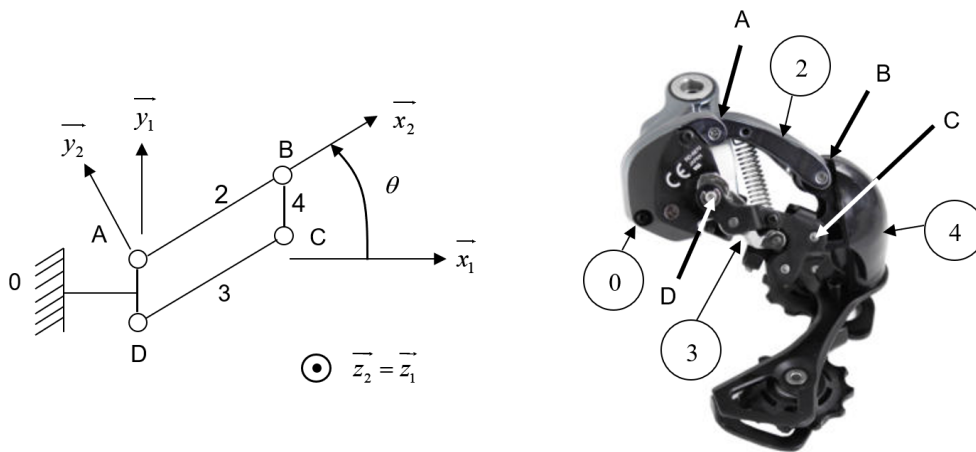


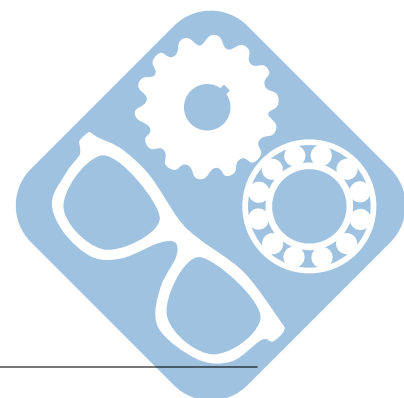
Figure 4 – Modélisation du dérailleur dans le plan  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$

- 0 : Cadre du vélo (supposé fixe),
- 2 et 3 : Bielles intermédiaires,
- 4 : Chape de dérailleur.

Paramétrage :

$$\begin{cases} \vec{AB} = \vec{DC} = L \cdot \vec{x}_2 \\ \vec{DA} = \vec{CB} = l \cdot \vec{y}_1 \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} L = 30\text{mm} \\ l = 13\text{mm} \end{cases}$$

L'axe  $(A, \vec{z}_1)$  passe par le point O' (voir annexe A).



On note  $\theta$  l'angle qui positionne l'axe  $(A, \vec{x}_2)$  par rapport à l'axe  $(A, \vec{x}_1)$ . Il varie entre  $-60^\circ$  et  $60^\circ$ .

Le fabricant a choisi un système 4 barres réalisé avec 4 liaisons pivots pour permettre le changement de vitesses. Ceci permet à la chape de dérailleur d'avoir un mouvement de translation par rapport au cadre du vélo et donc de ne pas tordre la chaîne.

**Question 1** Faire le graphe de liaison **complet** du mécanisme.

**Question 2** Tracer les figures de changement de base permettant d'écrire la base  $B_2(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  dans la base  $B_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  et  $B_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  dans la base  $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  on prendra :

- $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ,
- $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,
- $\vec{x}_0$  perpendiculaire à la feuille dirigé vers le lecteur,
- $\vec{y}_0$  vers la droite,
- $\vec{z}_1$  perpendiculaire à la feuille dirigé vers le lecteur,
- $\vec{x}_1$  vers la droite.

**Question 3** Déterminer la fermeture géométrique issue de la figure 4. Celle-ci nous permettra d'obtenir la position de la barre (BC) en fonction de  $\theta$ .

**Question 4** Déterminer les torseurs des 4 liaisons de la figure 4.

On utilisera le formalisme suivant pour décrire le torseur cinématique de la liaison entre les pièces  $i$  et  $j$  au point  $M$  dans la base  $B$  :

$$\{V_{i/j}\} = \left\{ \begin{array}{cc} \omega_{xij} & V_{M,xij} \\ \omega_{yij} & V_{M,yij} \\ \omega_{zij} & V_{M,zij} \end{array} \right\}_{M,B}$$

**Question 5** Déplacer ces torseurs au point A dans la base  $B_1$ .

On donne la fermeture cinématique suivante :

$$\{V_{4/2}\} + \{V_{2/0}\} = \{V_{4/3}\} + \{V_{3/0}\}$$

**Question 6** Écrire les 6 équations scalaires qui en résultent, en projection dans la base  $B_1$ .

**Question 7** En déduire la valeur numérique de  $\|\overline{\Omega}_{4/0}\|$  et en déduire l'orientation de la droite (BC) en fonction de  $\theta$ .

Soit :

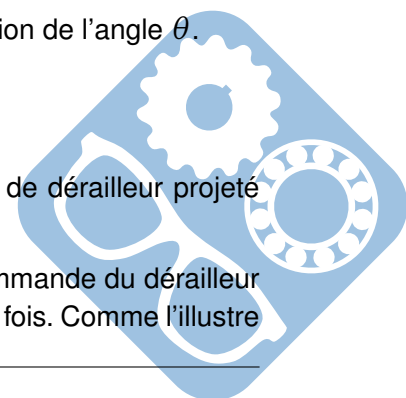
- $B_1$  la position de B la plus basse,
- $B_2$  la position de B la plus haute.

**Question 8** Exprimer le vecteur position  $\overrightarrow{AB}$  dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  en fonction de l'angle  $\theta$ .

**Question 9** Déterminer le vecteur  $\overrightarrow{B_1B_2}$  dans la base  $B_1$ .

**Question 10** En déduire l'expression du déplacement  $d = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{z}_0$  de la chape de dérailleur projeté suivant l'axe  $(A, \vec{z}_0)$ .

On suppose que pour passer d'un pignon au pignon voisin, le système de commande du dérailleur électrique Di2 fait tourner le moteur (voir annexes A et C) du même angle à chaque fois. Comme l'illustre



l'annexe B, la largeur intérieure de la chaîne, dimension laissant passer l'épaisseur d'un pignon, est de 2,18 mm. Un pignon mesure 1,5 mm d'épaisseur. La distance entre 2 pignons consécutifs est de 4 mm.

**Question 11** D'après les dimensions données, donner la valeur du défaut de positionnement suivant  $\vec{z}_0$  par rapport à la position centrée que l'on peut accepter pour que la chaîne puisse s'accoupler au pignon choisi.

On fournit sur le document réponse l'évolution de la distance  $d$  en fonction de l'angle  $\theta$  trouvée à la question 10.

**Question 12** Approximer graphiquement par une droite l'évolution proposée sur le document réponse en minimisant l'erreur maximale.

**Question 13** Estimer sur le graphique l'erreur de positionnement maximale faite entre la loi calculée et la loi linéaire. Est-ce acceptable avec les valeurs de largeurs de chaîne et de pignon données ? Conclure.

En réalité, le déplacement du centre du galet de guidage (F) ne s'effectue pas dans le plan  $(\vec{E}_1 F_1, \vec{z}_0)$ . Le calcul devient donc plus compliqué. Nous allons utiliser un modèle numérique (tridimensionnel) pour avoir des résultats plus pertinents et plus proches de la réalité.

### 1.2.2 Modèle numérique (tridimensionnel)

On rappelle que le point O est défini comme étant au centre de la cassette (centre du 6<sup>ème</sup> pignon). Les coordonnées (données en mm) du vecteur  $\vec{OF}_1 = X_{F_1} \cdot \vec{x}_0 + Y_{F_1} \cdot \vec{y}_0 + Z_{F_1} \cdot \vec{z}_0$  dans le repère  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  sont représentées ci-après :

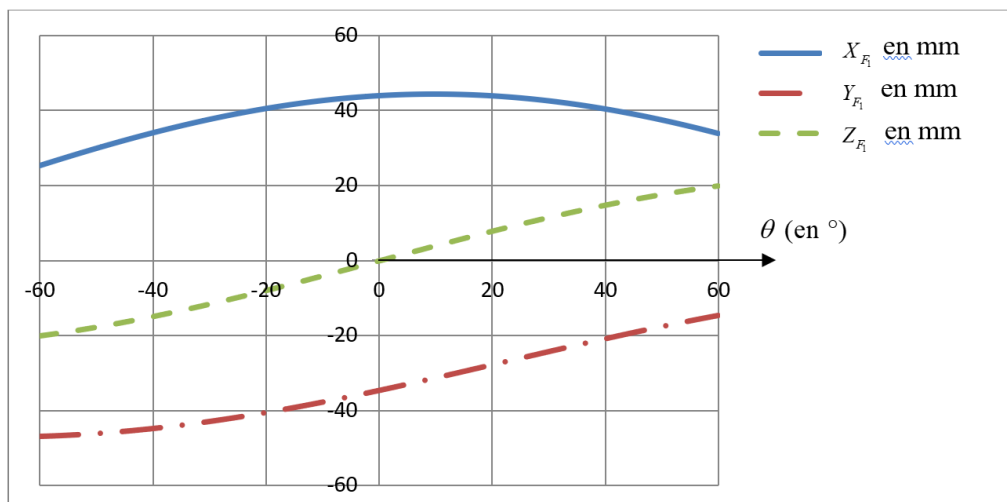
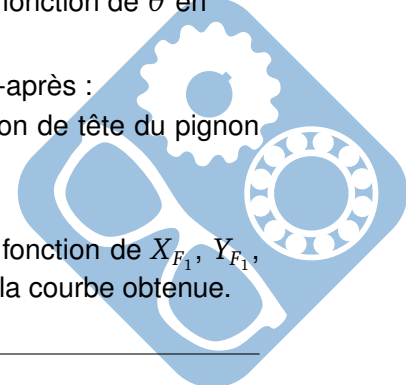


Figure 5 – Coordonnées du vecteur  $\vec{OF}_1$  en mm dans le repère  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  en fonction de  $\theta$  en °

La distance  $e(Z_{F_1})$  entre le galet de guidage et la cassette sont représentés ci-après :

On note  $R_{galet}$  le rayon de tête du galet de guidage (F) et  $R_{pignon}(Z_{F_1})$  le rayon de tête du pignon situé à la position  $Z_{F_1}$  sur l'axe  $(O, \vec{z}_0)$ .

**Question 14** Exprimer la distance du galet de guidage aux pignons  $e(Z_{F_1})$  en fonction de  $X_{F_1}$ ,  $Y_{F_1}$ ,  $R_{galet}$  et  $R_{pignon}(Z_{F_1})$ . Expliquer d'où vient la forme en escalier de la courbe obtenue.



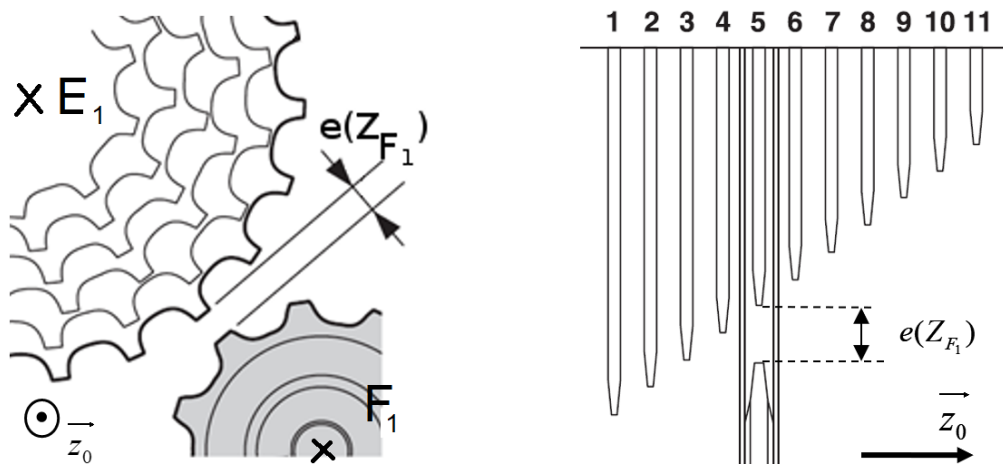


Figure 6 – Distance  $e(Z_{F_1})$

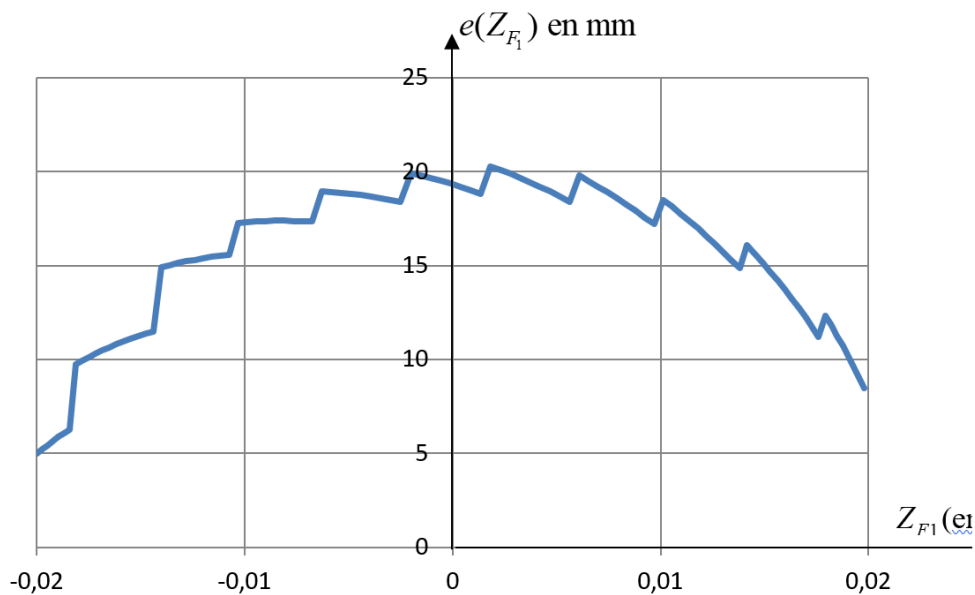


Figure 7 – Distance  $e(Z_{F_1})$  en mm du galet de guidage à la cassette en fonction de la position  $Z_{F_1}$  de la chape sur l'axe  $(O, \vec{z}_0)$ .

**Question 15** D'après la simulation numérique, le dérailleur permet-il de changer les 11 vitesses sans que les pièces ne se touchent (exigence1.2) ? Justifier.

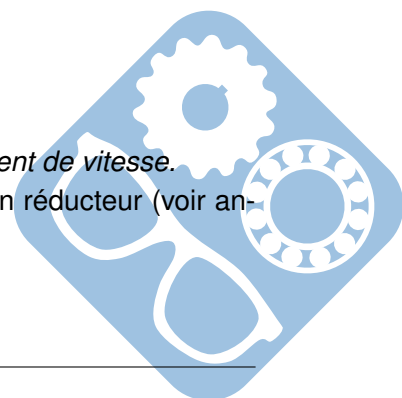
**Question 16** Justifier le réglage du jeu de 5 mm entre le galet de guidage et le grand pignon préconisé par le fabricant. Expliquer pourquoi il n'a pas choisi de régler ce jeu avec le pignon médian, ou avec le petit pignon.

### 1.3 Validation du temps de changement de vitesse

*Objectif : Valider les critères associés à l'exigence 1.6 de rapidité de changement de vitesse.*

Le dérailleur arrière est composé d'un moteur à courant continu accouplé à un réducteur (voir annexe C). Le moteur est alimenté par une batterie Li-Ion :

- Tension nominale 7.4 V,
- Capacité nominale 530 mAh.



Le schéma bloc du dérailleur arrière est représenté ci-dessous :

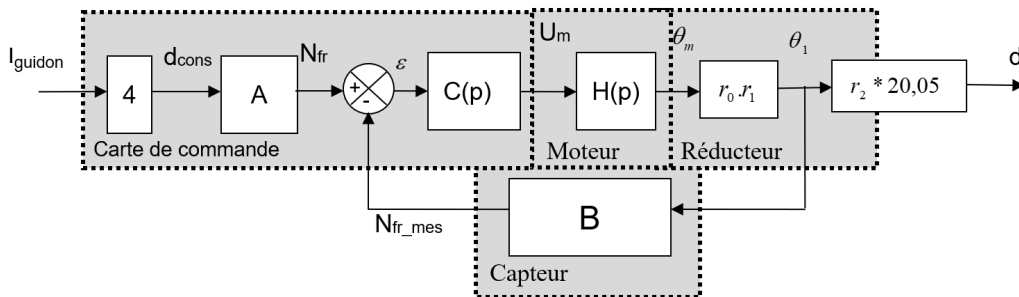


Figure 8 – Schéma bloc du dérailleur arrière

Variables utilisées :

- $I_{guidon}$  : nombre d'impulsions données au guidon (sans unité),
- $d_{cons}$  : déplacement de consigne du dérailleur arrière (en mm),
- $N_{fr\_mes}$  : nombre de fronts (montants et descendants) mesurés sur le codeur,
- $\theta_m$  : angle de rotation du moteur en radian,
- $\theta_1$  : angle de rotation de l'arbre de sortie du réducteur en radian.

Rapports de transmission :

- Roue vis sans fin :  $r_0 = \frac{\theta_{RV}}{\theta_m}$ ,
- Réducteur 1 :  $r_1 = \frac{\theta_1}{\theta_{RV}}$ ,
- Réducteur 2 :  $r_2 = \frac{\theta}{\theta_1}$ ,

Valeurs numériques :

- $r_0 r_1 r_2 = \frac{1}{1000}$ ,
- $r_2 = \frac{1}{50}$ .

On supposera que le nombre d'impulsions données au guidon correspond au nombre de pignons à passer sur le dérailleur arrière.

Le codeur incrémental comporte  $n = 7$  fentes et 2 voies et permet donc de détecter 28 positions par tour. Il sera considéré comme un système linéaire dans cette étude.

Données :

- $R = 3,6\Omega$ ,
- $K = 5,6mNm.A^{-1} = 0,0056rad.s^{-1}.V$ ,
- $J = 7,1.10^{-9}kg.m^2$ ,
- $L = 0,05mH$ .

En régime nominal, le moteur tourne à  $15000tr.min^{-1}$ .

**Question 17** Montrer que  $H(p) = \frac{K}{p.(K^2 + J.p.(R+L.p))}$ .

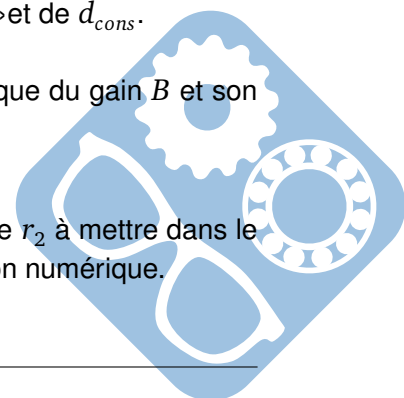
**Question 18** Justifier le bloc avec le gain pur de « 4 ». En déduire l'unité du « 4 » et de  $d_{cons}$ .

**Question 19** Déterminer la relation entre  $\theta_1$  et  $N_{fr\_mes}$  puis l'expression analytique du gain  $B$  et son unité.

Pour la suite, on prendra  $B = 4,4$ .

**Question 20** Déterminer l'expression analytique du gain  $A$  en fonction de  $B$  et de  $r_2$  à mettre dans le schéma bloc pour que  $\epsilon$  soit nul lorsque  $d = d_{cons}$ , faire l'application numérique.

On suppose que le correcteur est proportionnel :  $C(p) = K_{cor}$ .





On prend  $K_{cor}$  égal à 1 pour l'instant.

**Question 21** Calculer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF} = \frac{d}{I_{guidon}}$  et la proposer sous forme canonique.

On donne ci-dessous l'allure de la réponse indicielle de la fonction de transfert du troisième ordre obtenue précédemment et de la réponse indicielle lorsqu'on néglige le terme d'ordre trois de cette fonction.

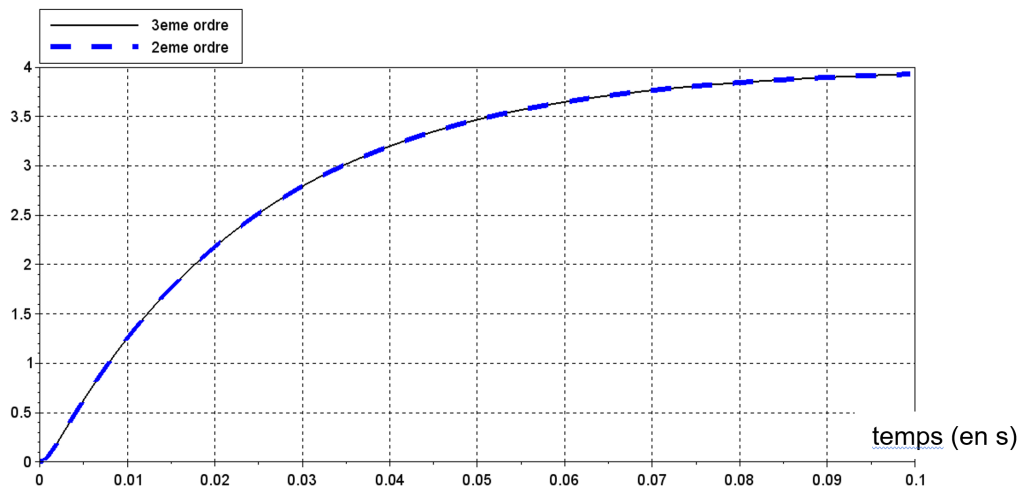


Figure 9 – Influence du 3<sup>ème</sup> ordre : déplacement de la patte de dérailleur (mm) en fonction du temps (s)

On remarque sur la figure 9 que le système du 3<sup>ème</sup> ordre peut être simplifié en 2<sup>ème</sup> ordre.

On considère que le temps mis par le système pour passer une vitesse correspond au temps mis par le système pour que le déplacement soit de 4,5 mm (4 mm de consigne plus le dépassement souhaité de 0,5 mm).

**Question 22** En négligeant l'influence du terme de degré 3 de  $H_{BF}$ , déterminer son gain  $K_{BF}$ ,  $\xi$  et  $\omega_0$  et faire l'application numérique ( $r_0 r_1 r_2 = 0,001$  et  $r_2 = 0,02$ ). Estimer à partir de l'abaque donnée en annexe le temps de réponse à 5% mis par le système pour changer une vitesse. Déterminer si le dépassement respecte le cahier des charges.

On souhaite maintenant régler le système, à l'aide du correcteur  $C(p)$ , afin d'avoir le dépassement attendu dans le cahier des charges.

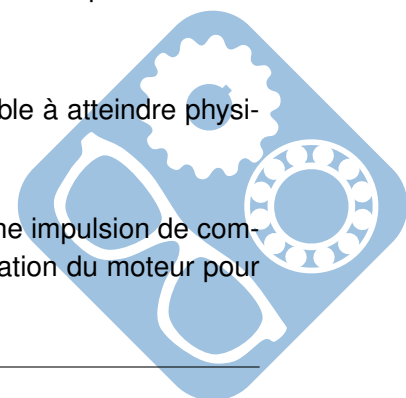
On a toujours un correcteur proportionnel  $C(p) = K_{cor}$ .

**Question 23** Déterminer la valeur de  $\xi$  permettant d'atteindre le dépassement maximum. En déduire la valeur  $K_{cor}$  qui permet de l'obtenir. Vérifier si le temps de réponse respecte alors le cahier des charges.

On prendra :  $\ln(0,125) \approx -2$ ,  $\pi \approx 3$  et  $\sqrt{0,3} \approx 0,55$ .

Le temps de réponse calculé à la réponse précédente est cependant impossible à atteindre physiquement avec le matériel employé.

**Question 24** Évaluer la tension aux bornes du moteur à l'instant initial suite à une impulsion de commande. En déduire la modification à faire au niveau de la modélisation du moteur pour diminuer l'écart entre le modèle et le comportement réel.



**Question 25** Que va-t-il se passer alors ? (choisir parmi les réponses suivantes :)

- le système va saturer,
- le système va lui même choisir une tension plus adaptée à partir de calculs complexes,
- le système va se détériorer.

## 2 Identification de fonctions de transfert

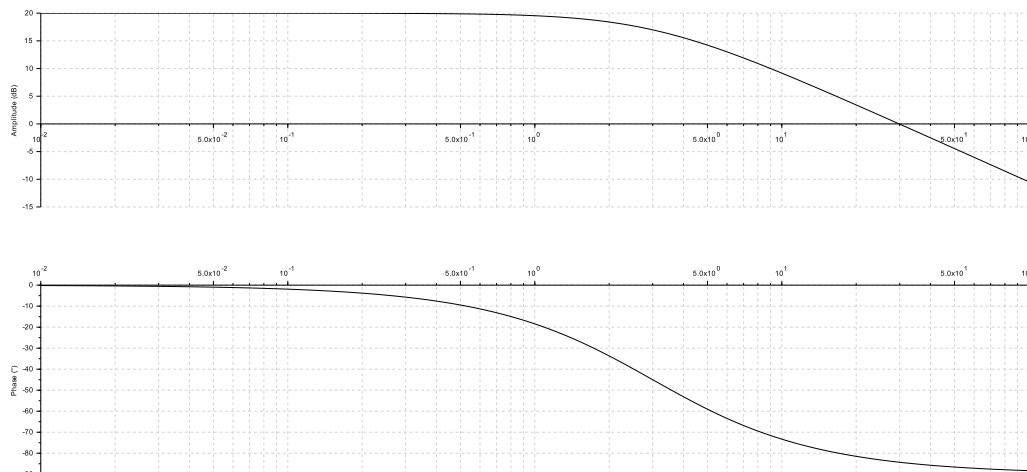


Figure 10 – Diagrammes de Bode de la fonction de transfert  $H_1(p)$ .

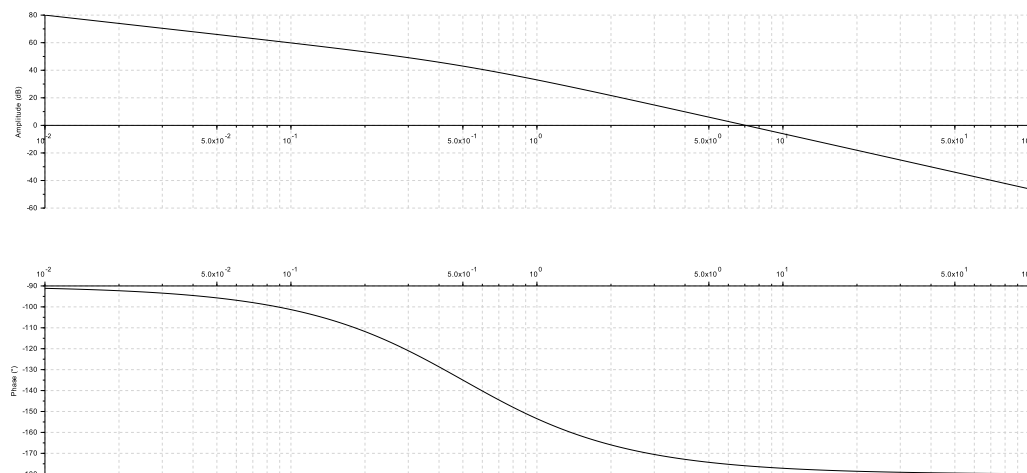
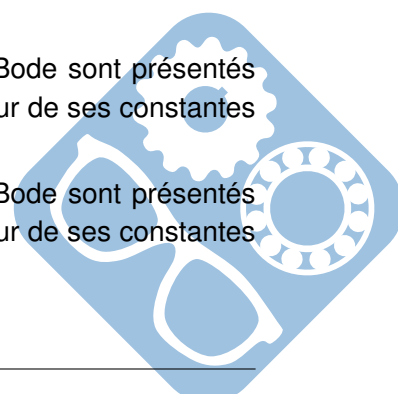


Figure 11 – Diagrammes de Bode de la fonction de transfert  $H_2(p)$ .

**Question 26** Identifier la fonction de transfert  $H_1(p)$  dont les diagrammes de Bode sont présentés sur la figure 10. L'écrire sous la forme canonique et donner la valeur de ses constantes caractéristiques.

**Question 27** Identifier la fonction de transfert  $H_2(p)$  dont les diagrammes de Bode sont présentés sur la figure 11. L'écrire sous la forme canonique et donner la valeur de ses constantes caractéristiques.



### 3 Conception d'un assemblage par vis

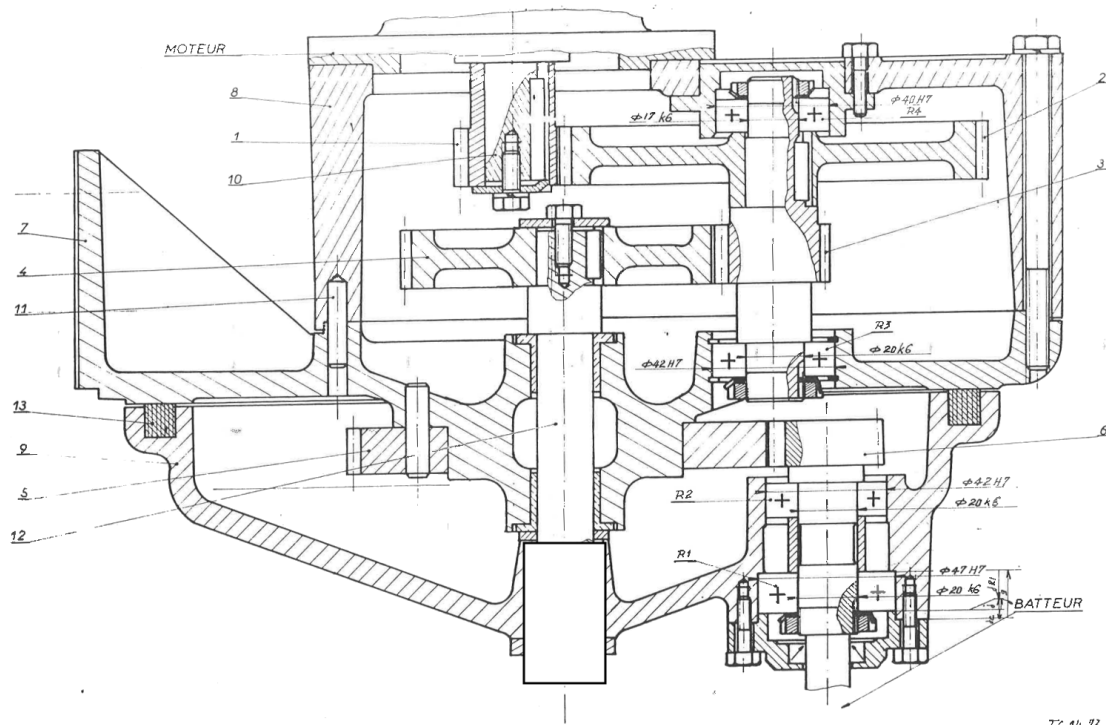
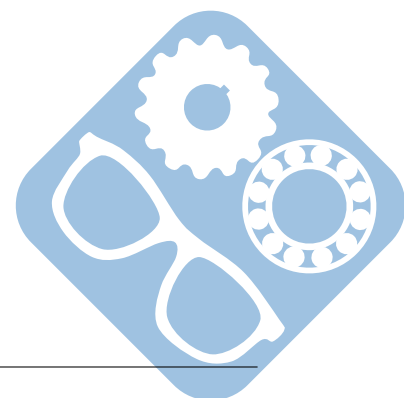
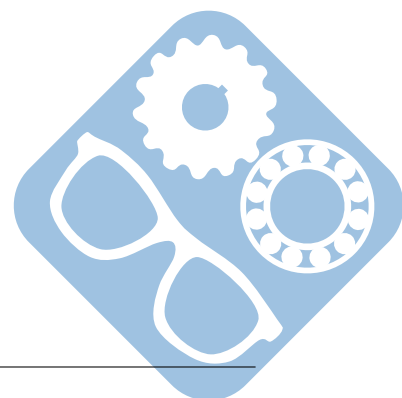


Figure 12 – Conception d'un assemblage par vis


Au niveau de la zone à compléter, l'arbre 12 est cylindrique. Il est inséré dans un trou qui traverse la pièce 9. Une clavette empêche la rotation relative des deux pièces. Une vis traverse la pièce 9 et vient dans un taraudage percé dans la pièce 12. La solution demandée peut s'inspirer d'une autre zone du dessin.

**Question 28** Compléter le **dessin du document réponse** en dessinant la solution d'assemblage vis+clavette dans le cadre prévu à cet effet.

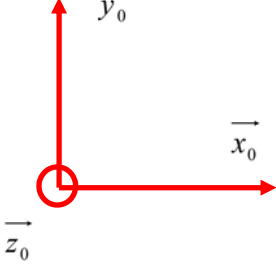




# Annexes



Le point O est le centre du 6<sup>ème</sup> pignon de la cassette.

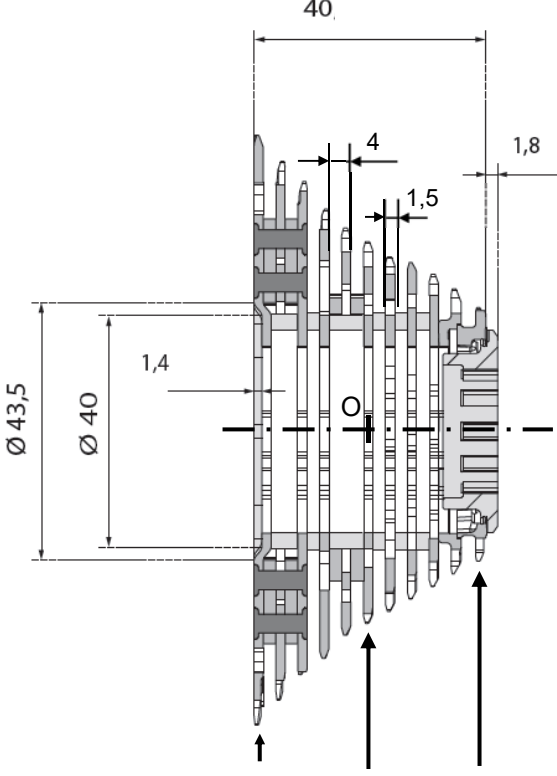
$$\vec{O'O} = L_1 \vec{x}_0 + L_2 \vec{y}_0 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} L_1 = 12\text{mm} \\ L_2 = 22,6\text{mm} \end{cases}$$


F<sub>1</sub> (centre du galet de guidage situé derrière le dérailleur ici)

Support dérailleur (contenant le motoréducteur)

Chape de dérailleur

**Annexe A.** Vue du dérailleur dans le plan  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$  et paramétrage

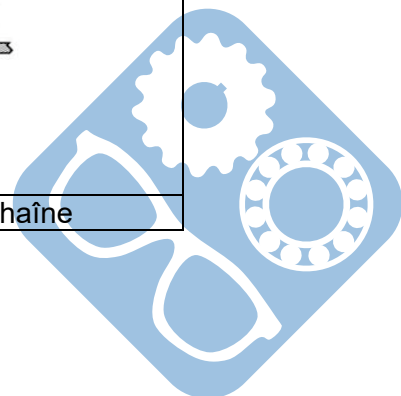


Les dimensions données sont les même pour toutes les cassettes Shimano.

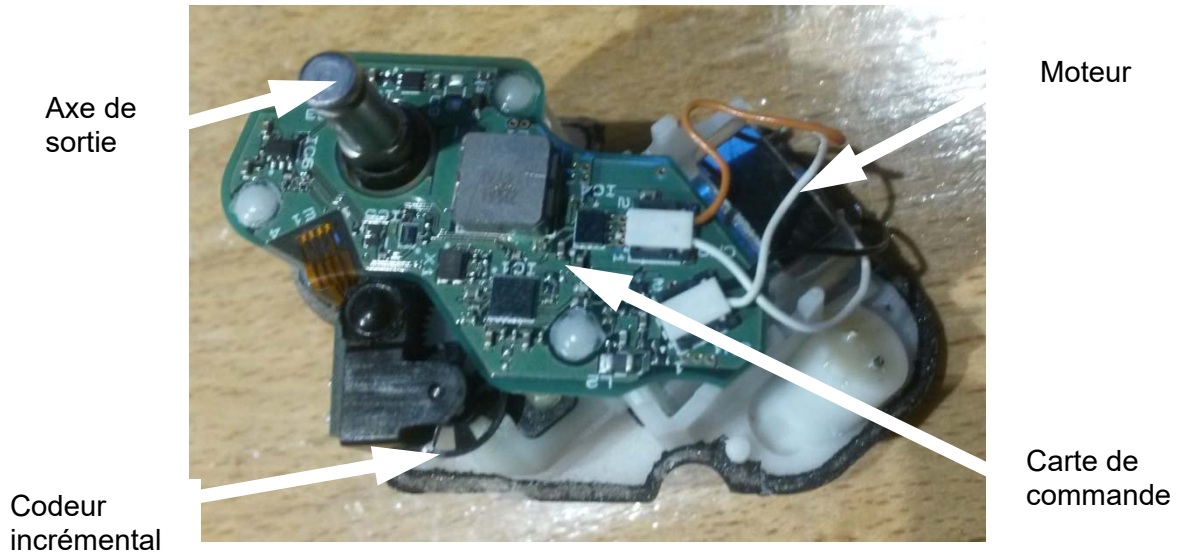
Seuls les diamètres et les nombres de dents des différents pignons changent en fonction du choix de cassette.

Numéro du pignon : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

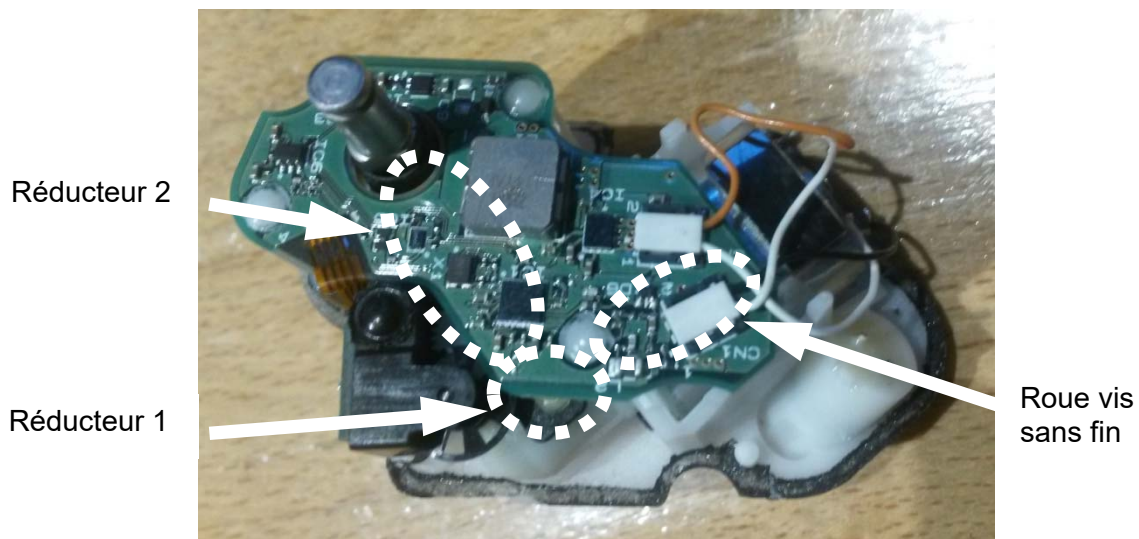
**Annexe B.** Dimensions d'une cassette 11 vitesses et de la chaîne



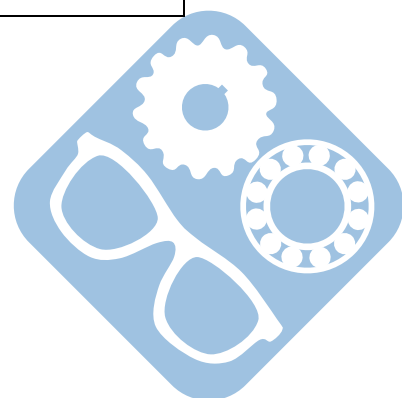
Le motoréducteur est monté dans le support dérailleur fixé sur le cadre du vélo.

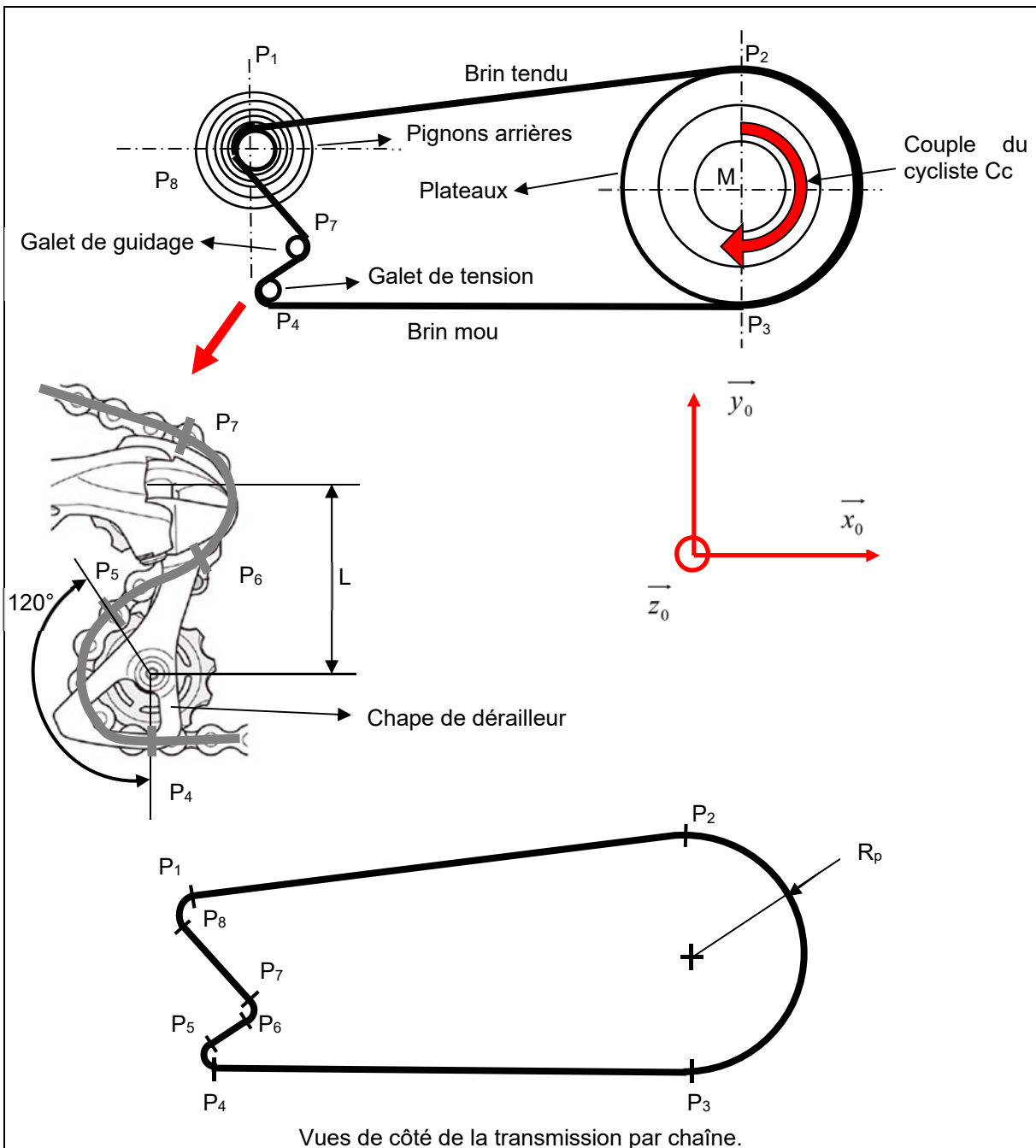


Les réducteurs sont implantés sous la carte de commande comme présenté par les ellipses pointillées sur l'image ci-dessous :



**Annexe C.** Motoréducteur démonté.





Vues de côté de la transmission par chaîne.

Les points  $P_i$  sont les points limites de contact entre la chaîne et chacun des pignons ou plateau, dans l'ordre présenté sur la figure ci-dessus. On supposera que ces points restent fixes dans le repère lié au cadre du vélo au cours du mouvement et que le problème est plan.

On suppose que le cycliste applique un couple  $\vec{C}_c = -C_c \vec{z}_0$  sur le pédalier.

On note  $T_{12}$  la tension de la chaîne entre les points  $P_1$  et  $P_2$ .

On note  $T_{34}$  la tension de la chaîne entre les points  $P_3$  et  $P_4$ . ( $P_3 P_4$ ) est considérée horizontale.

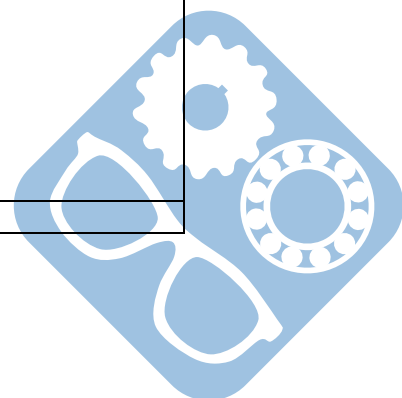
On note  $T_{56}$  la tension de la chaîne entre les points  $P_5$  et  $P_6$ .

On note  $T_{78}$  la tension de la chaîne entre les points  $P_7$  et  $P_8$ .

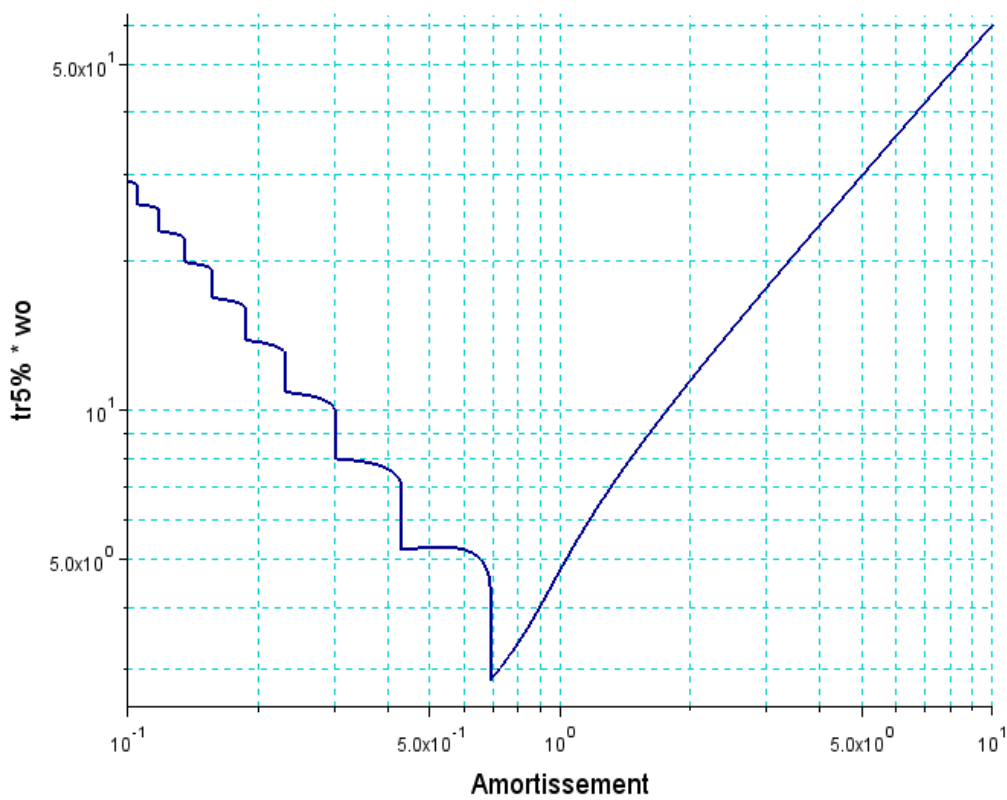
Le vélo et le cycliste ont une masse globale de  $M = 90kg$ .

Le rayon des roues du vélo est de  $R_{roue} = 280mm$ .

Le rayon du plateau est de  $R_p = 87mm$ .

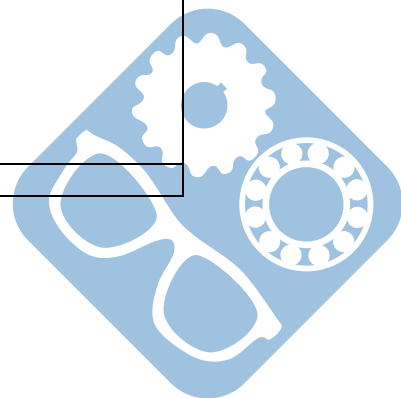


Soit un système du 2<sup>ème</sup> ordre de fonction de transfert :  $H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$



Temps de réponse réduit ( $t_{r5\%} * \omega_0$ ) en fonction de l'amortissement  $\xi$

Dépassement relatif (en %) :  $D_{\%} = e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} .100$





Nom: ..... Prénom: .....

---

## 4 Documents réponse

Question 1:

---

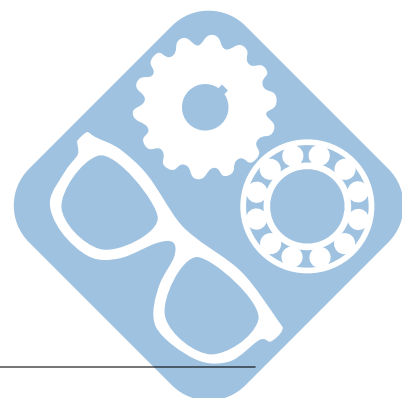
Question 2:

---

Question 3:

---

Question 4:



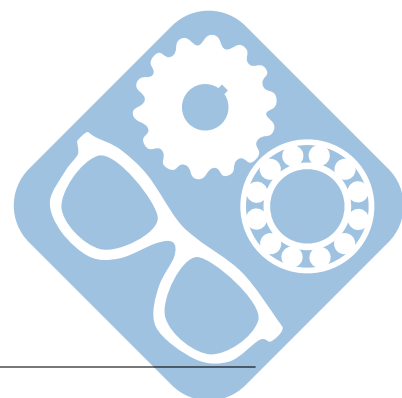
**Question 5:**

---

**Question 6:**

---

**Question 7:**



Nom: ..... Prénom: .....

---

**Question 8:**

---

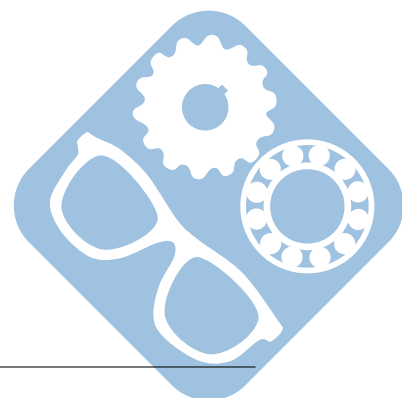
**Question 9:**

---

**Question 10:**

---

**Question 11:**



**Question 12:**

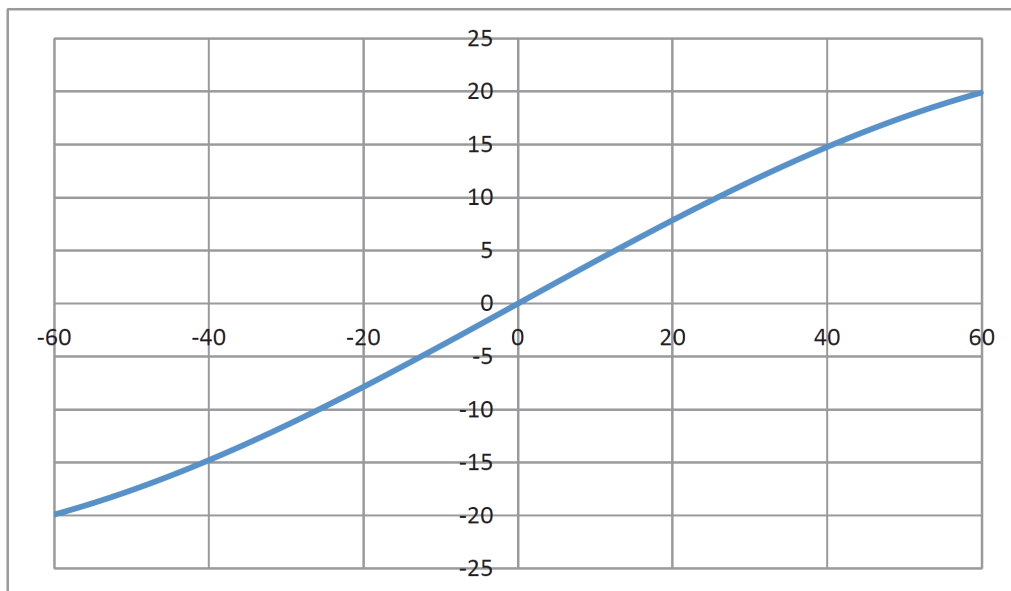
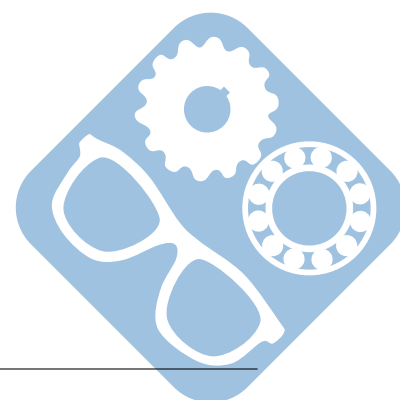


Figure 13 –  $d(\theta)$  en mm en fonction de  $\theta$  en degré.

**Question 13:**

**Question 14:**



Nom: ..... Prénom: .....

---

**Question 15:**

---

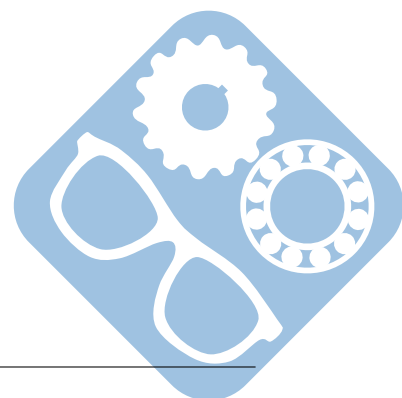
**Question 16:**

---

**Question 17:**

---

**Question 18:**



**Question 19:**

---

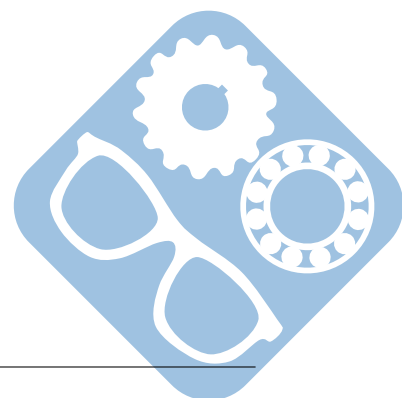
**Question 20:**

---

**Question 21:**

---

**Question 22:**



Nom: ..... Prénom: .....

---

**Question 23:**

---

**Question 24:**

---

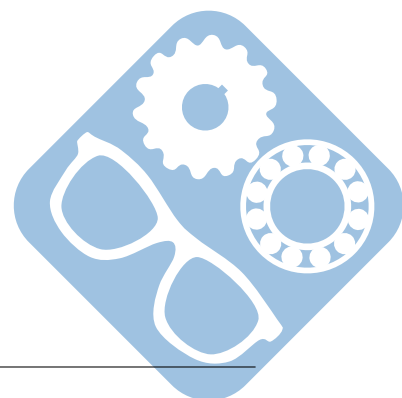
**Question 25:**

---

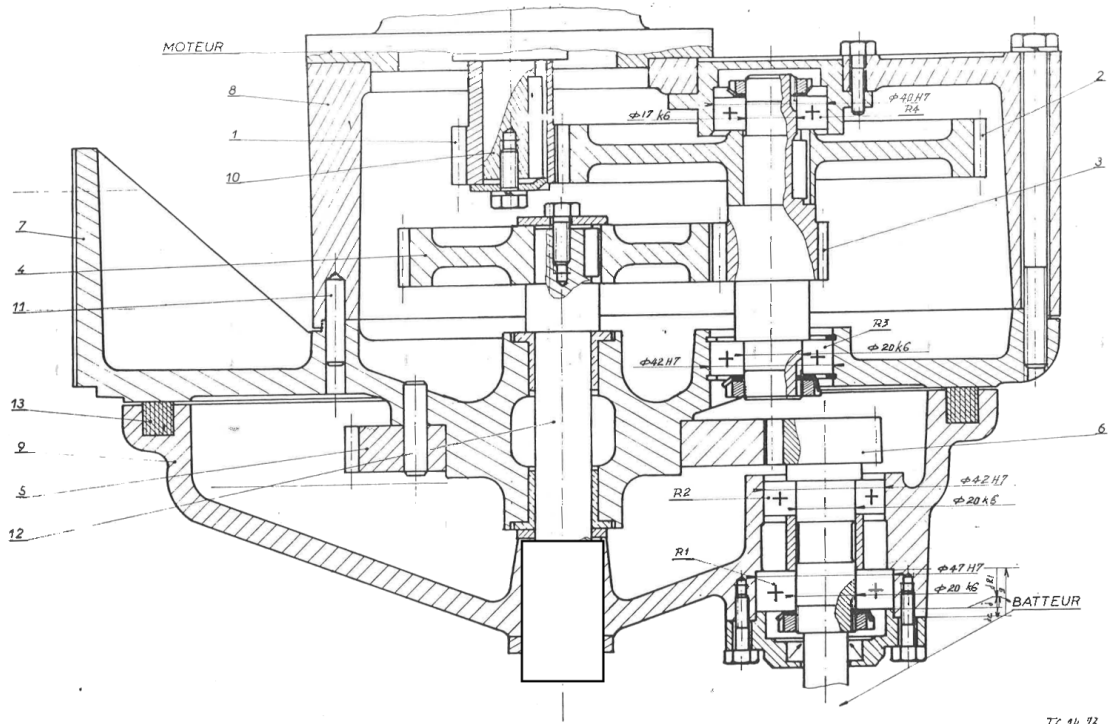
**Question 26:**

---

**Question 27:**



Question 28:



77 41 92

