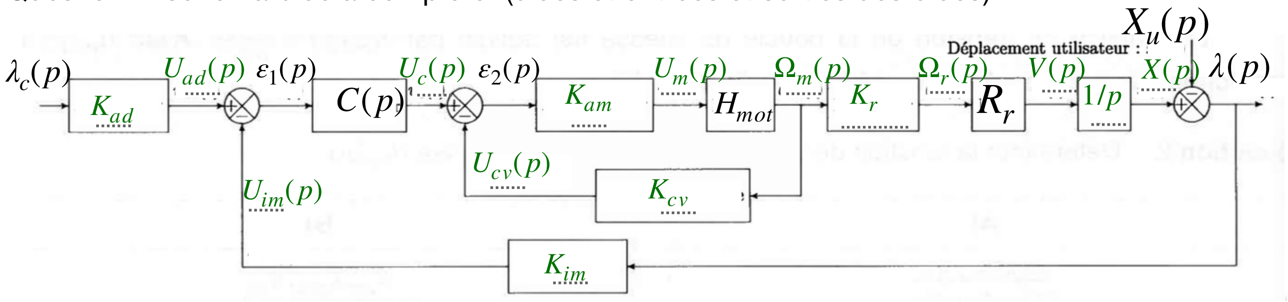
DOCUMENT REPONSE PARTIE A

Question 1: schéma bloc à compléter (*blocs et entrées et sorties des blocs*)



Quelle condition doit alors être vérifiée par K_{ad}? $K_{ad} = K_{im}$

Question 2: Ecrire $H_{mot}(p)$ sous sa forme canonique.

$$H_{mot}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_{mot}}{1 + \frac{2\xi_{mot}}{\omega_{mot}}p + \frac{1}{\omega_{mot}^2}p^2}$$

Question 3: Déterminer la fonction de transfert de la boucle de vitesse $H_{bv}(p)$. L'écrire sous forme canonique.

$$H_{bv}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_c(p)} = \frac{K_{am}\,.\,H_{mot}(p)}{1 + K_{cv}\,.\,K_{am}\,.\,H_{mot}(p)} = \frac{K_{am}\,.\,\frac{K_{mot}}{1 + \frac{2\xi_{mot}}{\omega_{mot}}p + \frac{1}{\omega_{mot}^2}p^2}}{1 + K_{cv}\,.\,K_{am}\,.\,\frac{K_{mot}}{1 + \frac{2\xi_{mot}}{\omega_{mot}}p + \frac{1}{\omega_{mot}^2}p^2}}$$

$$H_{bv}(p) = \frac{K_{am}\,.\,K_{mot}}{1 + K_{cv}\,.\,K_{am}\,.\,K_{mot}}\,.\,\frac{1}{1 + \frac{2.\xi_{mot}}{\omega_{mot}\,.\,(1 + K_{cv}\,.\,K_{am}\,.\,K_{mot})}\,.\,p + \frac{1}{\omega_{mot}^2\,.\,(1 + K_{cv}\,.\,K_{am}\,.\,K_{mot})}\,.\,p^2}$$

Question 4: Donner les expressions littérales de ξ_{bv}, ω_{bv} et K_{bv}

$$K_{bv} = \frac{K_{am}\,.\,K_{mot}}{1 + K_{cv}\,.\,K_{am}\,.\,K_{mot}} \quad (rad\,.\,s^{-1}\,.\,V^{-1}) \;, \quad \xi_{bv} = \frac{\xi_{mot}}{\sqrt{1 + K_{cv}\,.\,K_{am}\,.\,K_{mot}}}$$ (sans unités)

$$\omega_{bv} = \omega_{mot}\,.\,\sqrt{1 + K_{cv}\,.\,K_{am}\,.\,K_{mot}} \quad (rad\,.\,s^{-1})$$

Question 5: Quelle valeur de ξ_{bv} permet d'avoir le temps de réponse le plus court (système le plus rapide)? Déterminer alors la valeur de K_{am} permettant d'obtenir un temps de réponse minimal de la boucle de vitesse.

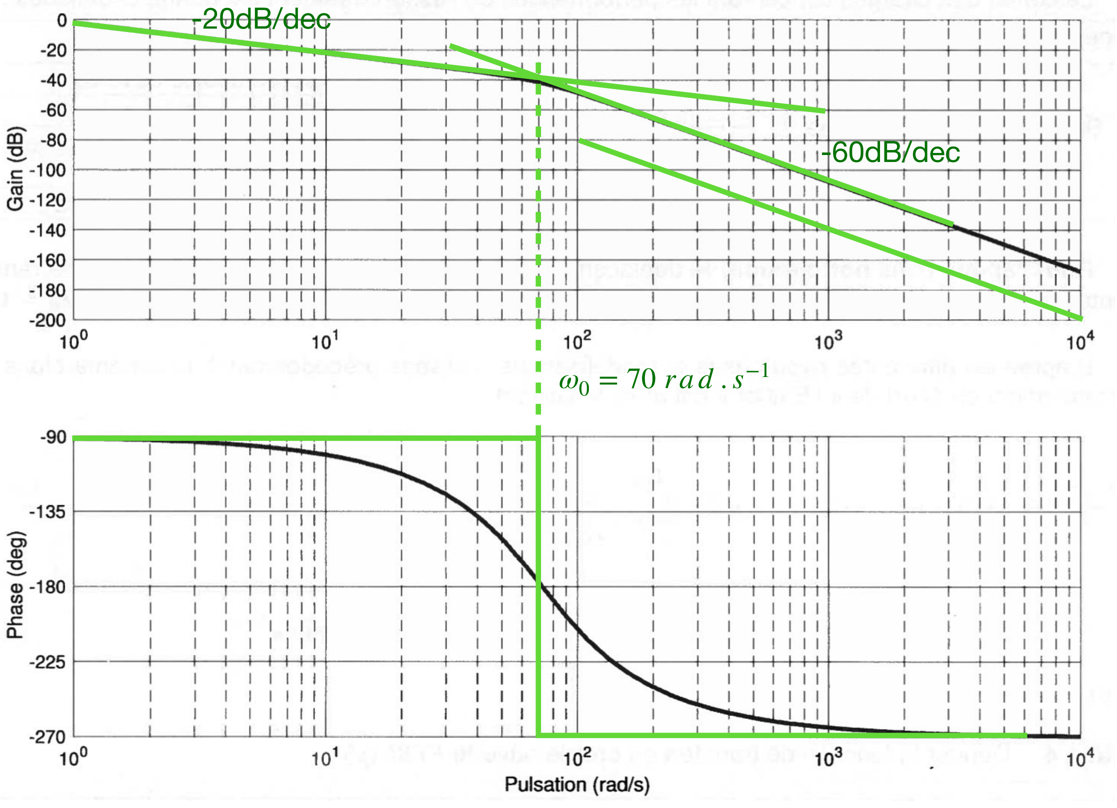
Pour avoir le temps de réponse le plus court, il faut que $\xi_{bv} = 0{,}7$. On en déduit (d'après les formules de la question 4) :

$$\xi_{bv} = \frac{\xi_{mot}}{\sqrt{1 + K_{cv} \, . \, K_{am} \, . \, K_{mot}}} = 0{,}7 \text{ donc } \quad K_{am} = \left(\frac{\xi_{mot}^2}{(0{,}7)^2} - 1 \right) . \frac{1}{K_{cv} \, . \, K_{mot}}$$

Question 6: Donner la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p) = \left[\frac{M(p)}{\varepsilon(p)} \right]_{X_u(p)=0}$.

$$FTBO(p) = \left[\frac{M(p)}{\varepsilon(p)} \right]_{X_u(p)=0} = K_{ad} \, . \, C(p) \, . \, \frac{K_{bv}}{1 + \frac{2\xi_{bv}}{\omega_{bv}} p + \frac{1}{\omega_{bv}^2} p^2} \, . \, K_r \, . \, R_r \, . \, \frac{1}{p}$$

Question 7: Indiquer les valeurs asymptotiques des pentes sur la courbe de gain et courbe de phase. Indiquer la (ou les) pulsation(s) de coupure.



Question 8: Donner la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p)$ et indiquer sa classe et son ordre.

Le schéma bloc montre un retour unitaire donc on peut écrire :

$$FTBF(p) = \left[\frac{\lambda(p)}{\lambda_c(p)}\right]_{X_u(p)=0} = \frac{FTBO(p)}{1+FTBO(p)}$$

$$FTBF(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_{ad}\,.\,K_b\,.\,K_r\,.\,R_r}\,.\,p + \frac{2\xi_{bv}}{\omega_{bv}(K_{ad}\,.\,K_b\,.\,K_r\,.\,R_r)}\,.\,p^2 + \frac{1}{\omega_{bv}^2(K_{ad}\,.\,K_b\,.\,K_r\,.\,R_r}).\,p^3}$$

Question 9: Calculer l'erreur statique pour une entrée en échelon $\lambda_c(t) = \lambda_0$, ($X_u(p) = 0$). (Justifier votre démarche en citant le théorème utilisé)

En utilisant le théorème de la valeur finale, on peut écrire: $\varepsilon_s = \lim_{t\to\infty}(\varepsilon(t)) = \lim_{p\to 0} p\,.\,\epsilon(p)$

avec $\varepsilon(t) = \lambda_c(t) - \lambda(t)$ et sa transformée de Laplace $\epsilon(p) = \lambda_c(p) - \lambda(p)$.

L'entrée étant un échelon, on a $\lambda_c(p) = \dfrac{\lambda_0}{p}$

$$\varepsilon_s = \lim_{t\to\infty}(\varepsilon(t)) = \lim_{p\to 0} p\,.\,\epsilon(p) = \lim_{t\to\infty} p\,.\,(\lambda_c(p) - \lambda(p)) = \lim_{t\to\infty} p\,.\,\lambda_c(p)\left(1 - \frac{\lambda(p)}{\lambda_c(p)}\right)$$

$$\varepsilon_s = \lim_{t\to\infty} p\,.\,\lambda_c(p)\big(1 - FTBF(p)\big) = \lim_{t\to\infty} p\,.\,\frac{\lambda_0}{p}\,.\,(1 - FTBF(p)) = \lambda_0(1-1) = 0$$

San déplacement de l'utilisateur, l'erreur statique est nulle.

DOCUMENT REPONSE PARTIE B.I. et B.II.

Question 10: Quelle est la relation liant les distances *RM* et *MF*? ***Recopier la relation choisie sur ce document réponse***

Réponse C: $$RM = MF\,.\frac{tan q\Phi}{tan\Phi}$$

Question 11: En constatant que *RM+MF=L*, déduisez-en la relation vérifiée par *RM* et par *MF.* ***Recopier les relations choisies sur ce document réponse***

2 réponses possibles, B ou D

B: $$RM = L\,.\frac{cos(\Phi)sin(q\Phi)}{sin(\Phi+q\Phi)} \qquad MF = L\,.\frac{cos(q\Phi)sin(\Phi)}{sin(\Phi+q\Phi)}$$

D: $$RM = \frac{L}{1+\frac{tan(\Phi)}{tan(q\Phi)}} \qquad MF = \frac{L}{1+\frac{tan(q\Phi)}{tan(\Phi)}}$$

$$\tan(\phi)=\frac{MF}{\rho} \quad \tan(q\phi)=\frac{RM}{\rho} \quad RM+MF=L \rightarrow MF=L\frac{\tan(\phi)}{\tan(\phi)+\tan(q\phi)} \quad et\ RM=L\frac{\tan(q\phi)}{\tan(\phi)+\tan(q\phi)}$$

$$RM=L\frac{\tan(q\phi)}{\tan(\phi)+\tan(q\phi)}=L\frac{\frac{\sin(q\phi)}{\cos(q\phi)}}{\frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)}+\frac{\sin(q\phi)}{\cos(q\phi)}}=L\frac{\frac{\sin(q\phi)}{\cos(q\phi)}\cos(q\phi)\cos(\phi)}{\sin(q\phi)\cos(\phi)+\cos(q\phi)\sin(\phi)}=L\frac{\sin(q\phi)\cos(\phi)}{\sin(\phi+q\phi)}$$

$$MF=L\frac{\tan(\phi)}{\tan(\phi)+\tan(q\phi)}=L\frac{\frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)}}{\frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)}+\frac{\sin(q\phi)}{\cos(q\phi)}}=L\frac{\frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)}\cos(q\phi)\cos(\phi)}{\sin(q\phi)\cos(\phi)+\cos(q\phi)\sin(\phi)}=L\frac{\cos(q\phi)\sin(\phi)}{\sin(\phi+q\phi)}$$

Question 12: En déduire alors l'expression de ρ en fonction de Φ, *q* et *L*.

$$tan(\Phi) = \frac{MF}{\rho} \qquad MF = L\,.\frac{tan(\Phi)}{tan(\Phi)+tan(q\Phi)}$$

$$\rho = L\,.\frac{1}{tan(\Phi)+tan(q\Phi)}$$

Question 13.a : Ecrire la fermeture géométrique de la chaîne $(O_0\ D_g\ M\ O_0)$. Ecrire les 2 équations en projection sur $\vec{x}$ et sur $\vec{y}$.

fermeture géométrique: $\overrightarrow{O_0D_g} + \overrightarrow{D_gM} + \overrightarrow{MO_0} = \vec{0}$

projection sur $\vec{x}$: $$O_0D_g\,.cos(\Phi_g^{th}) + \frac{v_a}{2} - \rho = 0 \qquad (1)$$

projection sur $\vec{y}$: $$O_0D_g\,.sin(\Phi_g^{th}) - \frac{L}{2} = 0 \qquad (2)$$

Question 13.b : Ecrire la fermeture géométrique de la chaîne $(O_0\ D_d\ M\ O_0)$. Ecrire les 2 équations en projection sur $\overrightarrow{x}$ et sur $\overrightarrow{y}$.

fermeture géométrique: $\overrightarrow{O_0D_d} + \overrightarrow{D_dM} + \overrightarrow{MO_0} = \overrightarrow{0}$

projection sur $\overrightarrow{x}$: $$O_0D_d\,.\,cos(\Phi_d^{th}) - \frac{v_a}{2} - \rho = 0 \qquad (3)$$

projection sur $\overrightarrow{y}$: $$O_0D_d\,.\,sin(\Phi_d^{th}) - \frac{L}{2} = 0 \qquad (4)$$

Question 13.c: Déterminer la relation entre Φ_g^{th} , Φ_d^{th}, L et v_a . ***Recopier la relation choisie sur ce document réponse***

Il faut exprimer O_0D_g dans l'équation (2) et l'injecter dans l'équation (1), $\rho = \ldots$

Il faut exprimer O_0D_d dans l'équation (4) et l'injecter dans l'équation (3), $\rho = \ldots$

Il reste alors à égaliser les termes en ρ de ces 2 équations pour obtenir

$$tan(\Phi_g^{th}) = \frac{L\,.\,tan(\Phi_d^{th})}{L - 2.v_a\,.\,tan(\Phi_d^{th})}$$

Question 14.a. : fermetures géométriques

fermeture $(O\ I\ B_d\ C_d\ D_d\ O)$: $\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IB_d} + \overrightarrow{B_dC_d} + \overrightarrow{C_dD_d} + \overrightarrow{D_dO} = \overrightarrow{0}$

$$-r\overrightarrow{y_1} + b\overrightarrow{x_1} + c\overrightarrow{x_{2d}} + d\,\overrightarrow{y_{3d}} - \frac{v_a}{2}\overrightarrow{x} - e\overrightarrow{y} = \overrightarrow{0}$$

projection sur $\overrightarrow{x}$:

$$rsin\theta + bcos\theta + ccos\beta_d - dsin\gamma_d - \frac{v_a}{2} = 0$$

projection sur $\overrightarrow{y}$:

$$-rcos\theta + bsin\theta + csin\beta_d + dcos\gamma_d - e = 0$$

fermeture $(O\ I\ B_g\ C_g\ D_g\ O)$: $\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IB_g} + \overrightarrow{B_gC_g} + \overrightarrow{C_gD_g} + \overrightarrow{D_gO} = \overrightarrow{0}$

$$-r\overrightarrow{y_1} - b\overrightarrow{x_1} - c\overrightarrow{x_{2g}} + d\,\overrightarrow{y_{3g}} + \frac{v_a}{2}\overrightarrow{x} - e\overrightarrow{y} = \overrightarrow{0}$$

projection sur $\overrightarrow{x}$:

$$rsin\theta - bcos\theta - ccos\beta_g - dsin\gamma_g + \frac{v_a}{2} = 0$$

projection sur $\overrightarrow{y}$:

$$-rcos\theta - bsin\theta - csin\beta_g + dcos\gamma_g - e = 0$$

Question 14.b. Exprimer les lois entrée-sortie liant γ_g et θ, et γ_d et θ. ***<u>Recopier les relations choisies sur ce document réponse</u>***

B)	$r\sin\theta - b\cos\theta - c\cos\left(\arcsin\left(\frac{-r\cos\theta - b\sin\theta + d\cos\gamma_g - e}{c}\right)\right) - d\sin\gamma_g + \frac{v_a}{2} = 0$ $r\sin\theta + b\cos\theta + c\cos\left(\arcsin\left(\frac{r\cos\theta - b\sin\theta - d\cos\gamma_d + e}{c}\right)\right) - d\sin\gamma_d - \frac{v_a}{2} = 0$

Question 15: En déduire les relations entre γ_g et Φ_g et entre γ_d et Φ_d. ***<u>Recopier les relations choisies sur ce document réponse</u>***

B)
$\phi_g = \gamma_g - 0{,}124$ $\phi_d = \gamma_d + 0{,}124$

$\phi_g = \gamma_g + \delta_g$

$\gamma_g = \phi_g - \delta_g$ avec $\delta_g < 0$

$\phi_d = \gamma_d + \delta_d$

$\gamma_d = \phi_d - \delta_d$ avec $\delta_d > 0$

$\phi_g = \overrightarrow{y}, \overrightarrow{y_g} = \overrightarrow{y}, \overrightarrow{y_{3g}} + \overrightarrow{y_{3g}}, \overrightarrow{y_g} = \gamma_g + \delta_g$

$\theta = 0 \rightarrow \phi_g = 0 \rightarrow \gamma_g = -\delta_g$ avec $\delta_g < 0$

$\phi_d = \overrightarrow{y}, \overrightarrow{y_d} = \overrightarrow{y}, \overrightarrow{y_{3d}} + \overrightarrow{y_{3d}}, \overrightarrow{y_g} = \gamma_d + \delta_d$

$\theta = 0 \rightarrow \phi_d = 0 \rightarrow \gamma_d = -\delta_d$ avec $\delta_d > 0$

Question 16: Que risque-t-il de se passer sur le système réel lors d'une phase de virage? ***<u>Recopier la phrase choisie sur ce document réponse</u>***

Il y a risque de dérapage

DOCUMENT REPONSE PARTIE C.

Question 17:

$$\overrightarrow{\Omega}_{2d/3d} = \overrightarrow{\Omega}_{2d/0} - \overrightarrow{\Omega}_{3d/0} = (\dot{\beta}_d - \dot{\gamma}_d)\,.\,\vec{z}$$

$$\left\{V_{2d/3d}\right\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z2d3d} & 0 \end{pmatrix}_{C_d,-,-,\vec{z}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ (\dot{\beta}_d - \dot{\gamma}_d) & 0 \end{pmatrix}_{C_d,-,-,\vec{z}} = \begin{Bmatrix} (\dot{\beta}_d - \dot{\gamma}_d)\,.\,\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{C_d}$$

Question 18:

$$\overrightarrow{\Omega}_{3d/0} = \dot{\gamma}_d\,.\,\vec{z}$$

$$\left\{V_{3d/0}\right\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z3d0} & 0 \end{pmatrix}_{D_d,-,-,\vec{z}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dot{\gamma}_d & 0 \end{pmatrix}_{D_d,-,-,\vec{z}} = \begin{Bmatrix} \dot{\gamma}_d\,.\,\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{D_d}$$

Question 19:

$$\left\{V_{2_d/0}\right\} = \left\{V_{2_d/3d}\right\} + \left\{V_{3_d/0}\right\} = \begin{Bmatrix} (\dot{\beta}_d - \dot{\gamma}_d)\,.\,\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{C_d} + \begin{Bmatrix} \dot{\gamma}_d\,.\,\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{D_d}$$

$$\left\{V_{2_d/0}\right\} = \begin{Bmatrix} (\dot{\beta}_d - \dot{\gamma}_d)\,.\,\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{C_d} + \begin{Bmatrix} \dot{\gamma}_d\,.\,\vec{z} \\ \overrightarrow{C_dD_d} \wedge \dot{\gamma}_d\,.\,\vec{z} \end{Bmatrix}_{C_d} = \begin{Bmatrix} \dot{\beta}_d\,.\,\vec{z} \\ d\,.\,\vec{y}_{3d} \wedge \dot{\gamma}_d\,.\,\vec{z} \end{Bmatrix}_{C_d} = \begin{Bmatrix} \dot{\beta}_d\,.\,\vec{z} \\ d\,.\,\dot{\gamma}_d\,.\,\vec{x}_{3d} \end{Bmatrix}_{C_d}$$

Question 20:

$$\overrightarrow{\Omega}_{2_d/1} = \overrightarrow{\Omega}_{2_d/0} - \overrightarrow{\Omega}_{1/0} = (\dot{\beta}_d - \dot{\theta})\,.\,\vec{z}$$

$$\left\{V_{2_d/1}\right\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z2d1} & 0 \end{pmatrix}_{B_d,-,-,\vec{z}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dot{\beta}_d - \dot{\theta} & 0 \end{pmatrix}_{B_d,-,-,\vec{z}} = \begin{Bmatrix} (\dot{\beta}_d - \dot{\theta})\,.\,\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{B_d}$$

Question 21:

$$\overrightarrow{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta}\,.\,\vec{z}$$

$$\left\{V_{1/0}\right\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z10} & 0 \end{pmatrix}_{0,-,-,\vec{z}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dot{\theta} & 0 \end{pmatrix}_{O,-,-,\vec{z}} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}\,.\,\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{O}$$

Question 22: au point B_d en fonction de $\dot{\theta}$

$$\{V_{2d/0}\} = \{V_{2d/1}\} + \{V_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} (\dot{\beta}_d - \dot{\theta}).\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{B_d} + \begin{Bmatrix} \dot{\theta}.\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{O} = \begin{Bmatrix} \dot{\beta}_d.\vec{z} \\ \overrightarrow{B_dO} \wedge \dot{\theta}.\vec{z} \end{Bmatrix}_{B_d}$$

$$\{V_{2d/0}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\beta}_d.\vec{z} \\ (\overrightarrow{B_dI} + \overrightarrow{IO}) \wedge \dot{\theta}.\vec{z} \end{Bmatrix}_{B_d} = \begin{Bmatrix} k'.\dot{\theta}.\vec{z} \\ (-b.\vec{x_1} + r.\vec{y_1}) \wedge \dot{\theta}.\vec{z} \end{Bmatrix}_{B_d} = \begin{Bmatrix} k'.\dot{\theta}.\vec{z} \\ r.\dot{\theta}.\vec{x_1} + b.\dot{\theta}.\vec{y_1} \end{Bmatrix}_{B_d}$$

2,5Question 23: au point G_2 en fonction de $\dot{\theta}$

$$\{V_{2d/0}\} = \begin{Bmatrix} k'.\dot{\theta}.\vec{z} \\ r.\dot{\theta}.\vec{x_1} + b.\dot{\theta}.\vec{y_1} + \overrightarrow{G_2B} \wedge k'.\dot{\theta}.\vec{z} \end{Bmatrix}_{G_2} = \begin{Bmatrix} k'.\dot{\theta}.\vec{z} \\ r.\dot{\theta}.\vec{x_1} + b.\dot{\theta}.\vec{y_1} + \frac{c}{2}.k'.\dot{\theta}.\overrightarrow{y_{2d}} \end{Bmatrix}_{G_2}$$

Question 24: Calculer l'accélération $\vec{a}_{G_2 \in 2_d/0}$.

$$\vec{a}_{G_2\in 2_d/0} = \left[\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{V_{G_2\in 2_d/0}}}{\mathrm{d}t}\right]_{R_0} = c_x.\ddot{\theta}.\overrightarrow{x_{2d}} + c_x.\dot{\theta}.\left[\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{x_{2_d/0}}}{\mathrm{d}t}\right]_{R_0} + c_y.\ddot{\theta}.\overrightarrow{y_{2d}} + c_y.\dot{\theta}.\left[\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{y_{2_d/0}}}{\mathrm{d}t}\right]_{R_0}$$

$$\vec{a}_{G_2\in 2_d/0} = (c_x.\ddot{\theta} - c_y.k'.\dot{\theta}^2).\overrightarrow{x_{2d}} + (c_x.k'.\dot{\theta}^2 + c_y.\ddot{\theta}).\overrightarrow{y_{2d}}$$

Question 25: Déterminer $\omega_{mr/0}$ en fonction de $\omega_{1/0}$

$$\frac{\omega_{mr/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{-Z_1}{Z_{mr}} \quad \text{donc} \quad \omega_{mr/0} = \frac{-Z_1}{Z_{mr}}.\omega_{1/0}$$

Question 26: En déduire une relation entre $\vec{\Omega}_{mr/0}$ et $\vec{\Omega}_{1/0}$

$$\vec{\Omega}_{mr/0} = \frac{-Z_1}{Z_{mr}}.\vec{\Omega}_{1/0}$$

Question 27: au point I

$$\{V_{mr/0}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega}_{mr/0} \\ \overrightarrow{V_{I\in mr/0}} \end{Bmatrix}_I = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega}_{mr/0} \\ \overrightarrow{V_{O\in mr/0}} + \overrightarrow{IO'} \wedge \overrightarrow{\Omega}_{mr/0} \end{Bmatrix}_I = \begin{Bmatrix} \omega_{mr/0} \, . \, \vec{z} \\ \vec{0} + \frac{\phi_{mr}}{2} \, . \, \vec{y} \wedge \omega_{mr/0} \, . \, \vec{z} \end{Bmatrix}_I$$

$$\{V_{mr/0}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{mr/0} \, . \, \vec{z} \\ -\omega_{mr/0} \, . \, \frac{\phi_{mr}}{2} \, . \, \vec{x} \end{Bmatrix}_I$$

Question 28: Calculer numériquement $\omega_{mr/0}$

$$\omega_{mr/0} = \frac{-60}{27}.13{,}5 = -\,30 \; rad\,.\,s^{-1}$$

Question 29: valeur de $\ddot{\theta}_{mr/0}$ et expression et valeur du nombre de tours pour arrêt complet du moto-réducteur

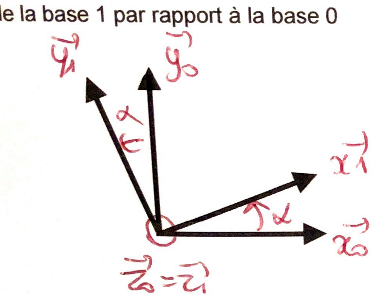
$$\ddot{\theta}_{mr/0} = \frac{\dot{\theta}_{mr/0}}{(t_{final} - t_{initial})} = \frac{30}{-1{,}5} = -\,20 \; rad\,.\,s^{-2}$$

on a $\Delta t = \dfrac{\Delta\theta_{mr/0}}{\Delta\omega_{mr/0}}$

$$\Delta\theta_{mr/0} = \frac{\Delta t\,.\,\Delta\omega_{mr/0}}{2\pi} = \frac{1{,}5.30}{2\pi} = \frac{45}{2\pi} \approx 7{,}2 \; tours$$

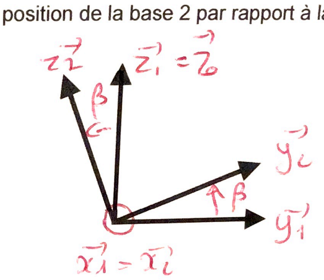
Question 30: Compléter les figures planes

position de la base 1 par rapport à la base 0



$\vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\alpha}\,\vec{z_0}$
$= \dot{\alpha}\,\vec{z_1}$

position de la base 2 par rapport à la base 1



$\vec{\Omega}_{2/1} = \dot{\beta}\,.\,\vec{x_1}$
$= \dot{\beta}\,.\,\vec{x_2}$

Question 31: Déterminer $\overrightarrow{\Omega}_{2/0}$.

$$\overrightarrow{\Omega}_{2/0} = \overrightarrow{\Omega}_{2/1} + \overrightarrow{\Omega}_{1/0} = \dot{\beta} \,.\, \overrightarrow{x_1} + \dot{\alpha} \,.\, \overrightarrow{z_0}$$

Question 32: Déterminer $\overrightarrow{V}_{P\in 2/0}$ en utilisant une relation de composition de vitesse (à écrire).

$$\overrightarrow{V_{P\in 2/0}} = \overrightarrow{V_{P\in 2/1}} + \overrightarrow{V_{P\in 1/0}} = \underbrace{\overrightarrow{V_{C\in 2/1}} + \overrightarrow{PC} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}}}_{Relation\ champs\ vecteurs\ vitesse} + \underbrace{\overrightarrow{V_{O\in 1/0}} + \overrightarrow{PO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}}}_{Relation\ champs\ vecteurs\ vitesse}$$

$$\overrightarrow{V_{P\in 2/0}} = (-a \,.\, \overrightarrow{x_1} - c \,.\, \overrightarrow{z_2}) \wedge \dot{\beta} \,.\, \overrightarrow{x_1} + (-a \,.\, \overrightarrow{x_1} - c \,.\, \overrightarrow{z_2} - r \,.\, \overrightarrow{x_1}) \wedge \dot{\alpha} \,.\, \overrightarrow{z_0}$$

$$\overrightarrow{V_{P\in 2/0}} = c \,.\, \dot{\alpha} \,.\, sin\beta \,.\, \overrightarrow{x_1} - c \,.\, \dot{\beta} \,.\, \overrightarrow{y_2} + ((a+r) \,.\, \dot{\alpha}) \,.\, \overrightarrow{y_1}$$

Question 32: Déterminer $\overrightarrow{a}_{P\in 2/0}$.

$$\overrightarrow{a}_{P\in 2/0} = \left[\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{V_{P\in 2/0}}}{\mathrm{d}t}\right]_{R_0}$$

$$\overrightarrow{a}_{P\in 2/0} = \left[\frac{\mathrm{d}(c \,.\, \dot{\alpha} \,.\, sin\beta \,.\, \overrightarrow{x_1} - c \,.\, \dot{\beta} \,.\, \overrightarrow{y_2} + ((a+r) \,.\, \dot{\alpha}) \,.\, \overrightarrow{y_1})}{\mathrm{d}t}\right]_{R_0}$$

$$\overrightarrow{a}_{P\in 2/0} = c \,.\, \dot{\alpha} \,.\, \sin\beta \,.\, \left[\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{x_1}}{\mathrm{d}t}\right]_{R_0} + \left[\frac{\mathrm{d}(c \,.\, \dot{\alpha} \,.\, \sin\beta)}{\mathrm{d}t}\right]_{R_0} .\, \overrightarrow{x_1} - c \,.\, \ddot{\beta} \,.\, \overrightarrow{y_2} - c\dot{\beta} \,.\, \left[\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{y_2}}{\mathrm{d}t}\right]_{R_0} + (a+r) \,.\, \ddot{\alpha} \,.\, \overrightarrow{y_1} + (a+r) \,.\, \dot{\alpha} \,.\, \left[\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{y_1}}{\mathrm{d}t}\right]_{R_0}$$

avec:

$$\left[\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{y_2}}{\mathrm{d}t}\right]_{R_0} = \overrightarrow{\Omega}_{2/0} \wedge \overrightarrow{y_2} = (\dot{\beta} \,.\, \overrightarrow{x_1} + \dot{\alpha} \,.\, \overrightarrow{z_0}) \wedge \overrightarrow{y_2} = \dot{\beta} \,.\, \overrightarrow{z_2} - \dot{\alpha} \,.\, \cos\beta \,.\, \overrightarrow{x_1}$$

$$\left[\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{y_1}}{\mathrm{d}t}\right]_{R_0} = \overrightarrow{\Omega}_{1/0} \wedge \overrightarrow{y_1} = \dot{\alpha} \,.\, \overrightarrow{z_1} \wedge \overrightarrow{y_1} = -\dot{\alpha} \,.\, \overrightarrow{x_1} \,;\, \left[\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{x_1}}{\mathrm{d}t}\right]_{R_0} = \overrightarrow{\Omega}_{1/0} \wedge \overrightarrow{x_1} = \dot{\alpha} \,.\, \overrightarrow{z_1} \wedge \overrightarrow{x_1} = \dot{\alpha} \,.\, \overrightarrow{y_1}$$

$$\left[\frac{\mathrm{d}(c \,.\, \dot{\alpha} \,.\, \sin\beta)}{\mathrm{d}t}\right]_{R_0} = c \,.\, \left[\frac{\mathrm{d}(\dot{\alpha} \,.\, \sin\beta)}{\mathrm{d}t}\right]_{R_0} = c \,.\, (\ddot{\alpha} \,.\, \sin\beta + \dot{\alpha} \,.\, \dot{\beta} \,.\, \cos\beta)$$

$$\overrightarrow{a}_{P\in 2/0} = \left[c \,.\, (\ddot{\alpha} \,.\, \sin\beta + \dot{\alpha} \,.\, \dot{\beta} \,.\, \cos\beta) + c \,.\, \dot{\beta} \,.\, \dot{\alpha} \,.\, \cos\beta - (a+r) \,.\, \dot{\alpha}^2\right] .\, \overrightarrow{x_1} + \left[c \,.\, \dot{\alpha}^2 \,.\, \sin\beta + (a+r) \,.\, \ddot{\alpha}\right] .\, \overrightarrow{y_1} - c \,.\, \ddot{\beta} \,.\, \overrightarrow{y_2} - c \,.\, \dot{\beta}^2 \,.\, \overrightarrow{z_2}$$