

DS 01- Poudre maquillage compactée

Avec Correction

PTSI

Samedi 03 octobre 2020

Table des matières

I	Présentation	2
II	Modélisation de la chaîne cinématique du déplacement du préhenseur suivant l'axe x	5
III	Validation de la sensibilité du capteur de position de l'axe x et de son circuit de mise en forme	6
IV	Validation du choix de la motorisation permettant le déplacement selon l'axe x	7
V	Identification d'une réponse temporelle	10

Poudre maquillage compactée

I Présentation

Chaque année, 65 millions de parfums, 57 millions d'unités de soins et 37 millions d'unités de maquillage sont produits sur le site Parfums Christian Dior à Saint-Jean-de-Braye, à proximité d'Orléans. Environ 1 700 personnes travaillent sur le site. Celui-ci, d'une superficie de 55 hectares, accueille les services de production, de ventes, d'expédition, administratifs ainsi que le centre de recherche LVMH. Les recettes qui ont fait, et qui font actuellement, le succès de la maison Christian Dior sont très caractéristiques du milieu du luxe : créativité, qualité, passion, innovation, culture, notion du rêve et sensibilité artistique. L'automatisation des systèmes de production s'avère un atout indispensable ; la recherche de la qualité optimale et l'augmentation constante de la production nécessitent de supprimer les tâches manuelles pénibles, ou à risque de non qualité.

Création de motifs sur du blush Le blush est un produit cosmétique qui se présente sous forme de poudre compactée et qui s'applique sur le visage à l'aide d'un gros pinceau. La création de motifs sur le blush permet de rendre l'intérieur du boîtier de maquillage plus attrayant et immédiatement différentiable de celui des autres marques (figure 1).



Figure 1 – Poudre de maquillage compactée avant et après création des motifs

Contexte de l'étude Le système étudié permet de créer des motifs par pulvérisations de solutions constituées de nacres et d'alcool sur des godets de poudre compactée.

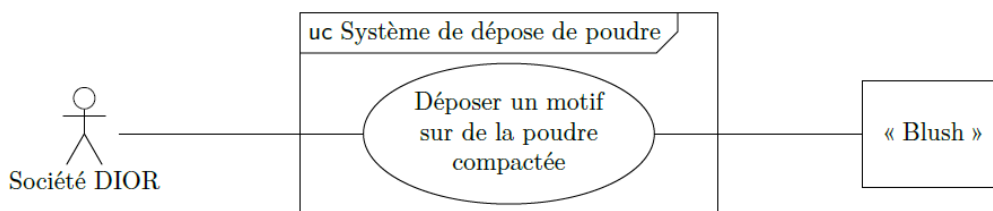
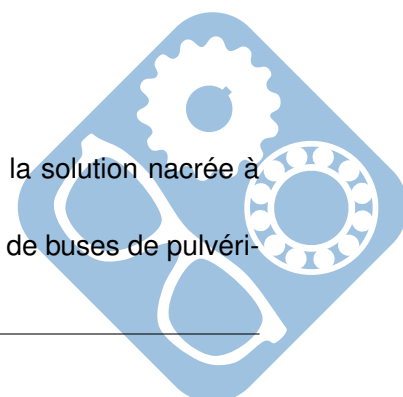


Figure 2 – Diagramme des cas d'utilisation du système

La création de motifs se fait en deux étapes :

- la première étape consiste, en utilisant un masque (pochoir), à pulvériser la solution nacrée à l'aide de buses de pulvérisation (spray) à jets larges,
- la deuxième étape permet de créer les motifs fins par pulvérisation à l'aide de buses de pulvérisation à aiguille.



Le système de pulvérisation de nacres (figure 6) comporte :

- un plateau tournant sur huit postes pour la pulvérisation large et fine (figure 7),
- un poste de lavage et séchage des masques après pulvérisation à jets larges,
- deux bras munis de pinces qui permettent le transfert des masques propres et usagés entre le plateau tournant et le poste de lavage.

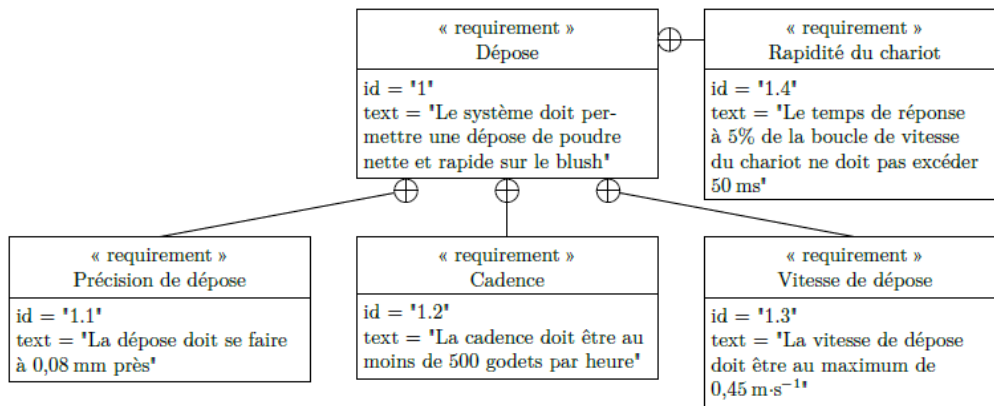


Figure 3 – Diagramme des exigences du système

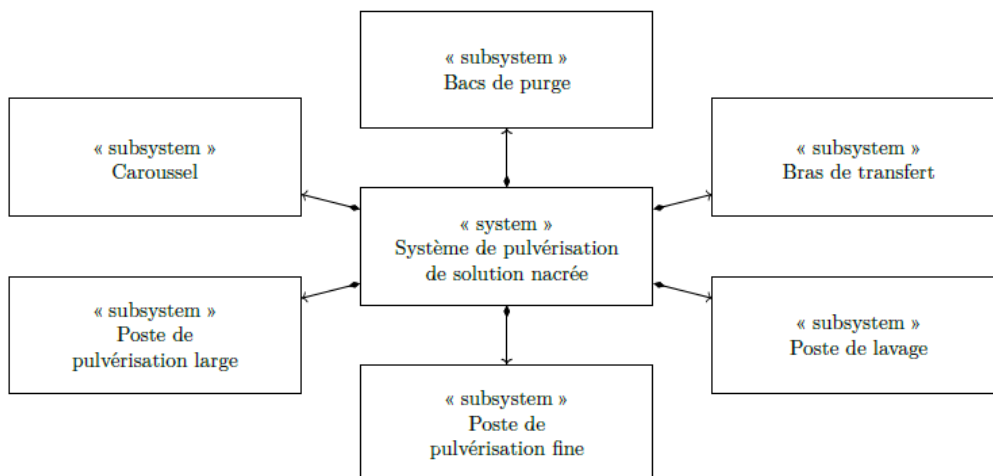


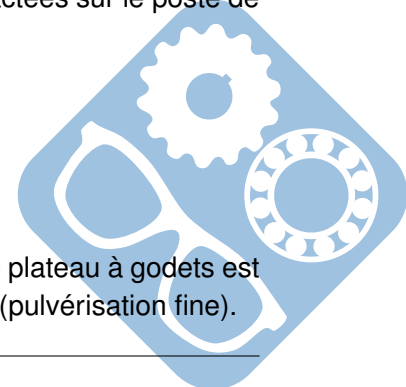
Figure 4 – Diagramme de définition des blocs du système de pulvérisation de solution nacrée

Avant chaque début de cycle, les buses sont automatiquement purgées dans les bacs prévus à cet effet.

Pour un plateau contenant les godets de poudre compactée, la création de motifs se déroule suivant le cycle ci-dessous :

- convoyage et indexage du plateau contenant les godets de poudres compactées sur le poste de chargement,
- rotation puis dépose du masque propre sur le plateau à godets,
- rotation puis pulvérisation large,
- rotation puis prise du masque sale,
- trois rotations puis pulvérisation fine,
- rotation et déchargement du plateau à godets.

Lors des pulvérisations, les buses sont fixes, le support sur lequel est indexé le plateau à godets est mobile et asservi en position suivant deux axes (pulvérisation large) ou trois axes (pulvérisation fine).



Le poste de pulvérisation fine est constitué d'un robot cartésien suivant 3 directions de l'espace. Ce sujet a pour objectif de vérifier que la construction du poste de pulvérisation permet d'atteindre les exigences présentées sur le diagramme de la figure 3, plus particulièrement suivant un axe que l'on appellera l'axe \vec{x} (figure 8).

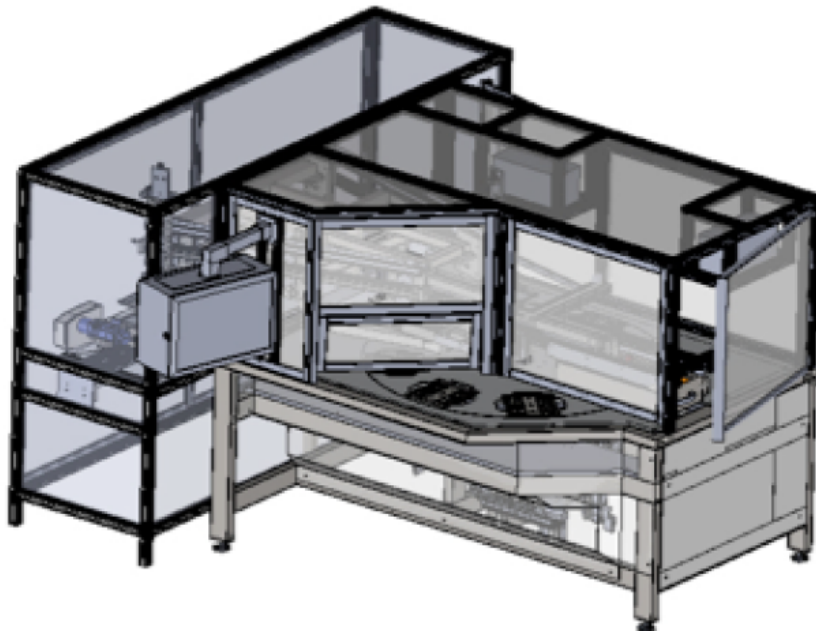


Figure 5 – Vue de l'installation

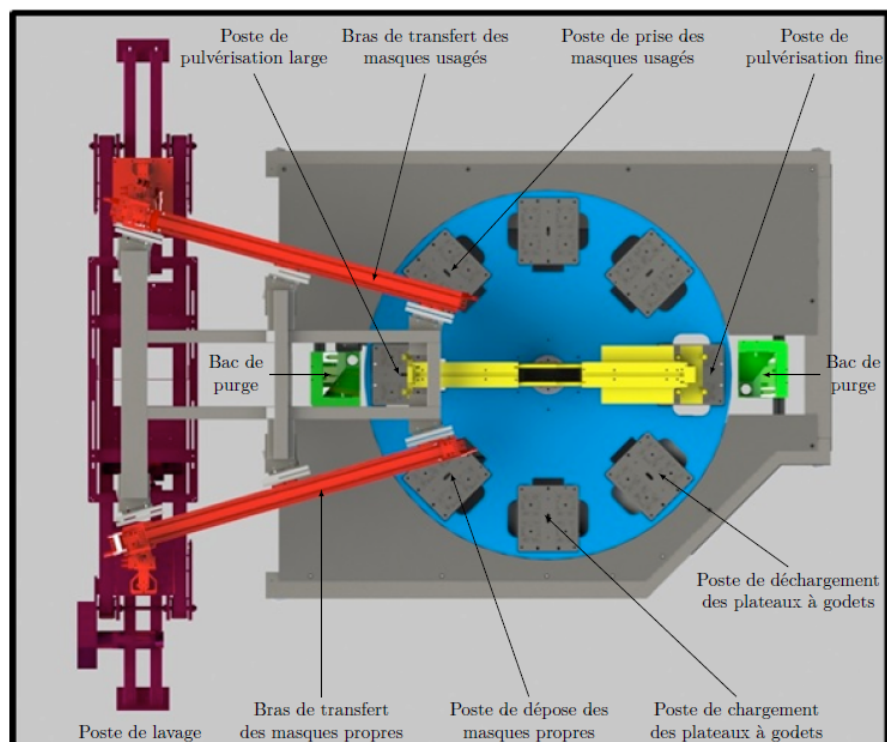
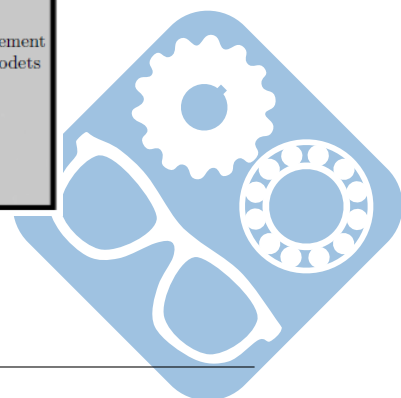
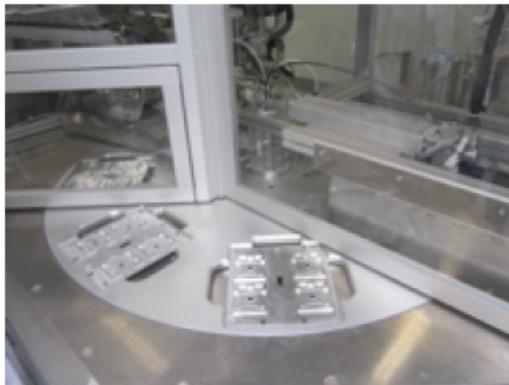
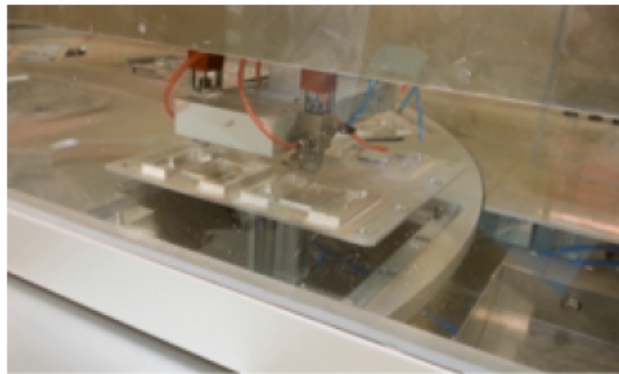


Figure 6 – Système de pulvérisation des nacres





Postes de chargement et de déchargement des plateaux à godets



Pulvérisation fine, support du plateau à godets asservi en position

Figure 7 – Photos de postes

II Modélisation de la chaîne cinématique du déplacement du préhenseur suivant l'axe x

Objectif L'objectif de cette partie est de proposer un modèle du mécanisme constituant le déplacement de l'axe \vec{x} et de justifier certains choix technologiques.

Le préhenseur repose sur des plaques support (figure 8) qui le lient en liaison encastrement au bâti. Les rails guidant le préhenseur suivant l'axe \vec{x} supportent les autres rails guidant le déplacement du préhenseur suivant les axes \vec{y} et \vec{z} .

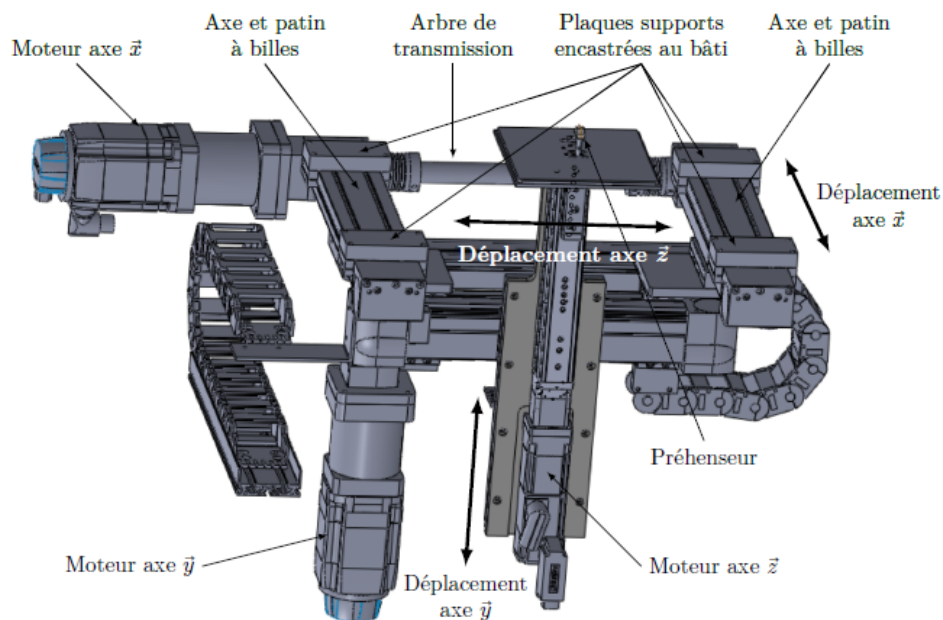


Figure 8 – Architecture des différents axes

Le guidage est réalisé par deux axes munis de patins à billes (figures 9). Le moteur actionnant l'axe x est lié à un réducteur qui entraîne deux ensembles poulies-courroies. Les poulies motrices sont guidées chacune par deux roulements à billes. Les deux poulies motrices sont liées par un arbre de transmission (Arbre 1).

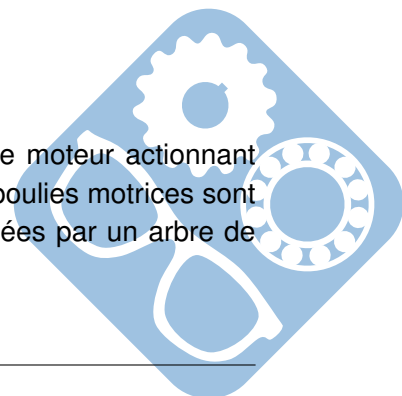




Figure 9 – Axe et patin à billes

Données :

— $\Phi = 28,65\text{mm}$ est le diamètre primitif des poulies,

— $r = \frac{\omega_{poulie}}{\omega_{moteur}} = \frac{\theta_{poulie}}{\theta_{moteur}} = \frac{1}{10}$: rapport de réduction du réducteur entre le moteur et les poulies.

Un capteur angulaire permet de mesurer la position angulaire du moteur cap_{moteur} .

Question 1 Colorier les classes d'équivalence du système sur le document réponse. (ne pas colorier la courroie qui ne peut être considérée comme une classe d'équivalence car flexible).

Question 2 Déterminer la précision angulaire notée $\delta\theta_{moteur}$ nécessaire au niveau du capteur cap_{moteur} , qui permettrait de valider l'exigence id='1.1'.

III Validation de la sensibilité du capteur de position de l'axe x et de son circuit de mise en forme

Objectif L'objectif de cette partie est, au vu du cahier des charges, de valider les choix proposés et les réglages des constituants qui permettent d'acquérir l'information de position.

Afin de permettre le pilotage par le variateur de vitesse, la résolution sur la mesure de la position angulaire du rotor de la machine synchrone doit être de 15 minutes d'angle soit $\Delta\theta_{max} = (15/60)$. De plus, via un traitement incrémental, la résolution sur la mesure de déplacement du plateau à godets suivant l'axe \vec{x} doit être meilleure que $\Delta x_{max} = 37\mu\text{m}$. Le rapport de transmission est $K_1 = 1,4325 \cdot 10^{-3}\text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$.

La structure utilise un résolveur bipolaire accouplé directement sur l'arbre de la machine électrique. Le résolveur bipolaire est un transformateur, sans bague, ni balais, qui se compose essentiellement d'un enroulement primaire et de deux enroulements secondaires orthogonaux aux bornes desquels on trouve les tensions v_1 et v_2 (figure 13). Le rapport de transformation entre l'enroulement primaire et les deux enroulements secondaires est noté $m = \frac{1}{2}$.

$\frac{d\theta}{dt} = \Omega$ est la vitesse de rotation angulaire du rotor de la machine électrique, l'étude se fait à vitesse Ω constante, $\theta(0) = 0$.

Une tension d'excitation sinusoïdale, $v_r(t) = V_{r,max} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_r \cdot t)$, de fréquence $f_r = 10\text{kHz}$, est appliquée à l'enroulement primaire du résolveur (figure 11).

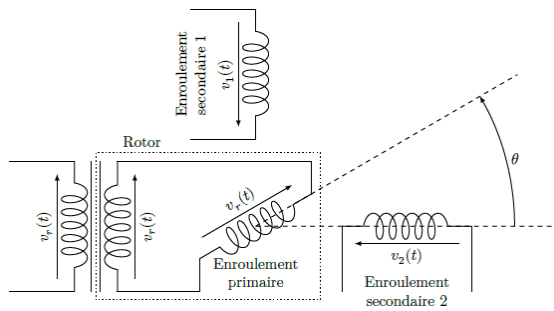


Figure 10 – Schéma de principe du résolveur

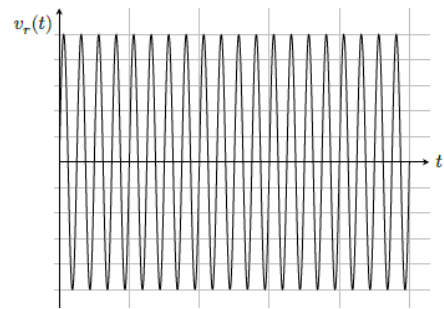


Figure 11 – Tension d'excitation

Les tensions $v_i(t) = m \cdot V_{r \max} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_r \cdot t) \cdot \cos(\theta(t))$ et $v_j(t) = m \cdot V_{r \max} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_r \cdot t) \cdot \sin(\theta(t))$ induites dans les enroulements fixes des deux secondaires sont modulées en fonction des variations de l'angle mécanique θ (figure 12).

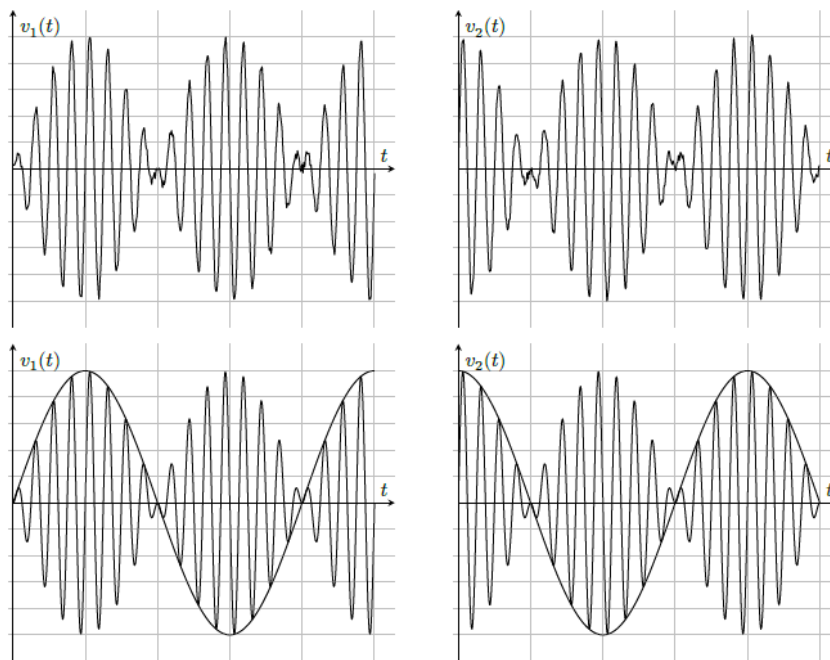


Figure 12 – Tensions $v_1(t)$ et $v_2(t)$ bruitées (en haut) et filtrées (en bas) pour une vitesse de rotation Ω constante

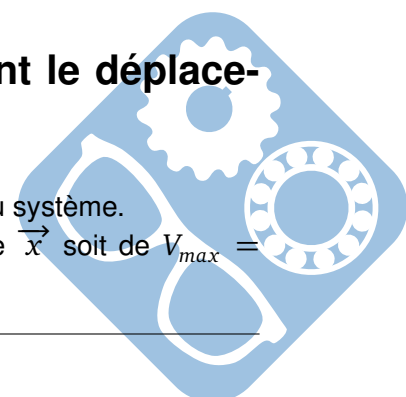
Question 3 Identifier sur la figure 12 si $[i,j]=[1,2]$ ou $[i,j]=[2,1]$.

Question 4 On écrit $\theta(t) = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot f_r \cdot t$. Déterminer la valeur numérique de k_f graphiquement.

IV Validation du choix de la motorisation permettant le déplacement selon l'axe x

Objectif L'objectif est de valider le choix du moteur effectué par le concepteur du système.

Le cahier des charges impose que la vitesse maximale du chariot sur l'axe \vec{x} soit de $V_{\max} = 0,45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et que l'accélération maximale du chariot soit de $\gamma_{\max} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



Notations

- ω_m : vitesse de rotation du moteur,
- u_m : tension d'alimentation du moteur,
- $i_m(t)$ courant électrique traversant le moteur,
- $r = \frac{n_{\text{axe poulie}}}{n_{\text{moteur}}} = \frac{1}{10}$: rapport de réduction du réducteur entre le moteur et les poulies,
- $M_2 = 25 \text{ kg}$: masse de l'ensemble mobile 2,
- $\Phi = 28,65 \text{ mm}$ est le diamètre primitif des poulies,
- l'inertie des courroies est négligée,
- $J_m = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$: moment d'inertie de l'arbre moteur,
- $J_1 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$: moment d'inertie de l'arbre 1,
- C_r : couple de frottements secs dans les liaisons ramené à l'arbre moteur,
- $\mu = 0,001 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$: coefficient de frottements visqueux dans les liaisons ramené à l'arbre moteur,
- $R_m = 2 \Omega$: résistance électrique interne du moteur,
- L_m : inductance du moteur négligée,
- $K_e = 50 \cdot 10^{-3} \text{ V} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}$: constante électrique du moteur,
- $K_c = 50 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$: constante de couple du moteur,

Question 5 Déterminer la vitesse maximale de rotation du moteur Ω_{max} . Faire l'application numérique. (on pourra utiliser les figures 9 ainsi que le dessin du document réponse.

Question 6 Déterminer l'accélération maximale du moteur $\dot{\Omega}_{\text{max}}$. Faire l'application numérique.

On donne l'inertie équivalente ramenée à l'arbre moteur :

$$J = J_m + J_1 \cdot r^2 + \frac{M_2 \cdot r^2 \cdot \Phi^2}{4}$$

Question 7 Faire l'application numérique à 10^{-1} près.

On prendra pour la suite $J = 6 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

Le théorème du moment dynamique permet d'écrire :

$$J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t) - \mu \cdot \omega_m(t) - Cr$$

Question 8 Montrer que cette équation est homogène.

Question 9 Écrire les 3 équations temporelles du moteur qui s'ajoutent à la précédente.

Question 10 Écrire ces 4 équations dans le domaine de Laplace.

Pour la suite, on prendra $Cr = 0$.

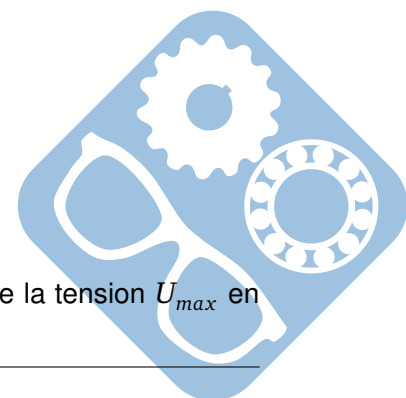
Question 11 Écrire la fonction de transfert $H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$ sous la forme canonique.

Question 12 Identifier l'ordre et la classe de la fonction de transfert.

Question 13 Identifier les éléments caractéristiques de la fonction de transfert.

Question 14 Faire l'application numérique.

Question 15 Pour faire tourner le moteur à sa vitesse maximale, quelle doit être la tension U_{max} en entrée ?



Pour la suite, on prendra $U_0 = 25V$.

Question 16 Déterminer alors l'expression de $\omega_m(t)$, la réponse temporelle de $H(p)$ à un échelon d'amplitude U_0 .

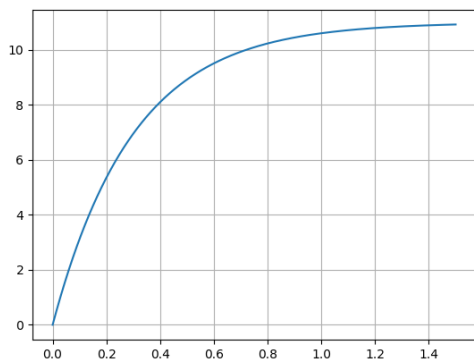


Figure 13 – Tracé A

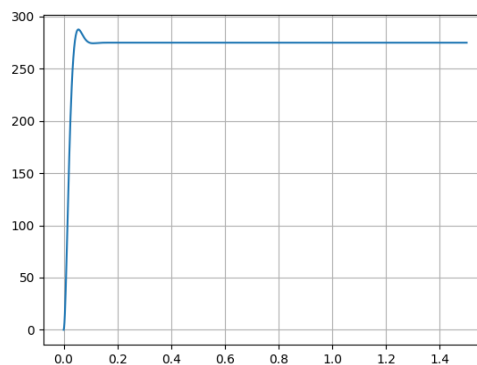


Figure 14 – Tracé B

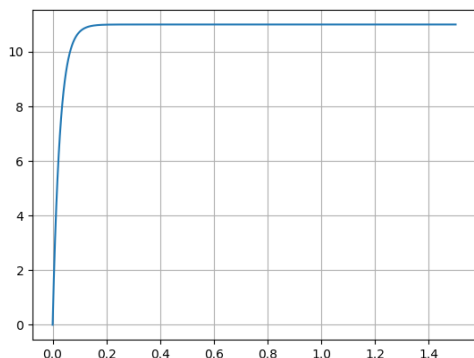


Figure 15 – Tracé C

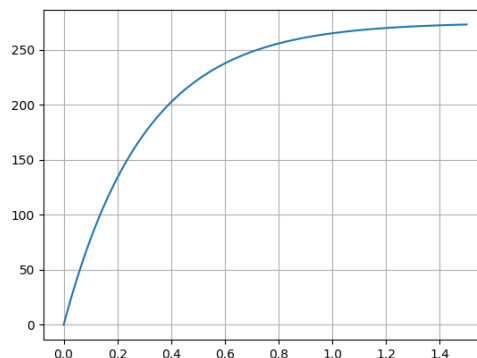


Figure 16 – Tracé D

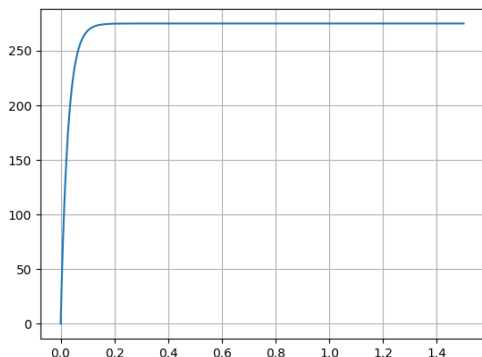


Figure 17 – Tracé E

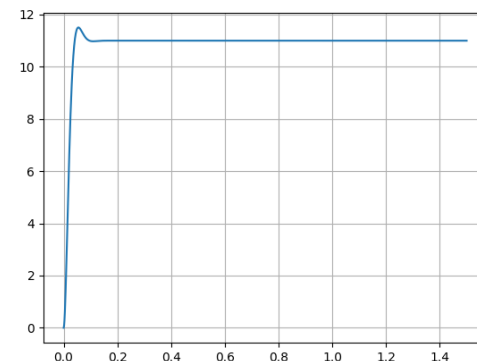
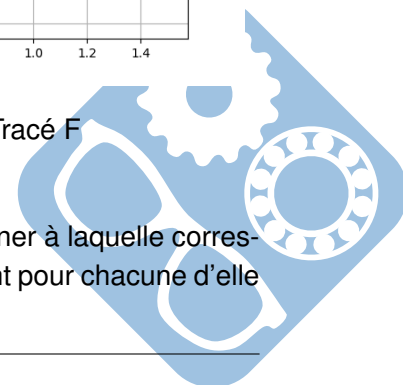


Figure 18 – Tracé F

Question 17 Les figures 13 à 18 présentent des réponses temporelles. Déterminer à laquelle correspond celle calculée précédemment. Justifier la réponse en indiquant pour chacune d'elle ce qui la différencie du résultat attendu



V Identification d'une réponse temporelle

On donne la réponse suivante $s(t)$ ($rad.s^{-1}$) pour un échelon $e(t) = 6V$.

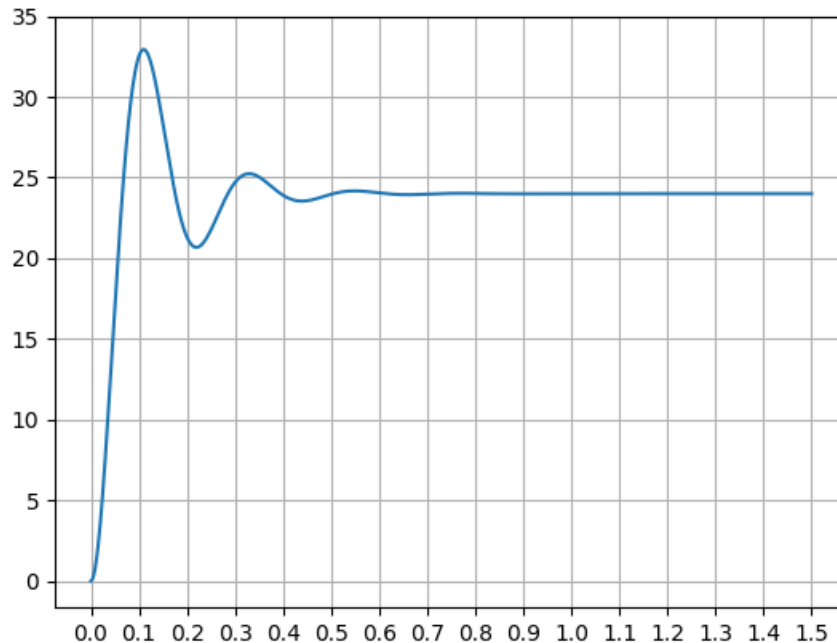
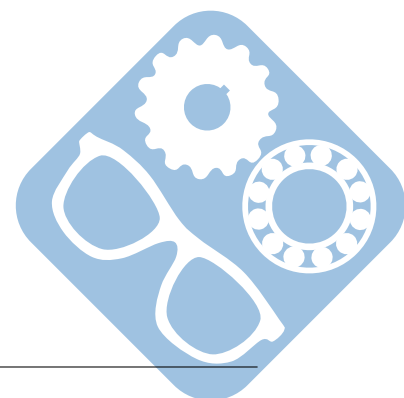
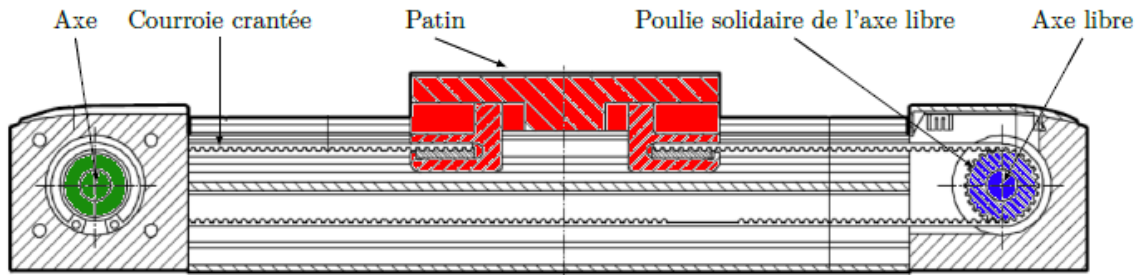


Figure 19 – Tracé de la réponse temporelle $s(t)$

- Question 18** Déterminer (le gain statique) K de la fonction de transfert correspondante, vous préciserez l'unité.
- Question 19** Déterminer ξ (à 0,1 près) de la fonction de transfert correspondante, vous préciserez l'unité. On donne $\left(\frac{\ln(\frac{8}{3})}{\pi}\right)^2 = 0,1$.
- Question 20** Déterminer ω_0 de la fonction de transfert correspondante, vous préciserez l'unité.



Question 1 :



Question 2 :

$$\delta x = 0.08 \text{ mm} = \frac{\Phi}{2} \cdot \delta \theta_{\text{poulie}} = \frac{\Phi}{2} \cdot r \cdot \delta \theta_{\text{moteur}}$$

$$\text{Donc, } \delta \theta_{\text{moteur}} = \frac{\delta x}{\frac{\Phi}{2} \cdot r} = \frac{0.08}{\frac{28.65}{2} \cdot \frac{1}{10}} = \frac{20 \cdot 0.08}{28.65} \approx \frac{1.6}{28} \approx \frac{0.4}{7} \approx 0.055 \text{ rad.}$$

Question 3 :

$$[i,j]=[2,1]$$

Question 4 :

Il y a 16 oscillations de fréquence f_r pour 1 seule de fréquence $f_r \cdot k_f$, donc $k_f = \frac{1}{16} = 0,0625$

Question 5 :

$$V_{\text{max}} = \frac{\Phi}{2} \cdot r \cdot \Omega_{\text{max}}, \text{ donc } \Omega_{\text{max}} = \frac{2 \cdot V_{\text{max}}}{r \cdot \Phi} = \frac{2 \cdot 0,45}{\frac{1}{10} \cdot 28,65 \cdot 10^{-3}} \approx 300 \text{ rad.s}^{-1}$$

Question 6 :

Par dérivation, on obtient l'accélération maximale $\dot{\Omega}_{\text{max}}$, donc $\dot{\Omega}_{\text{max}} = \frac{2 \cdot \gamma_{\text{max}}}{r \cdot \Phi} = \frac{2 \cdot 10}{\frac{1}{10} \cdot 28,65 \cdot 10^{-3}} = 6800 \text{ rad.s}^{-1}$.

Question 7 :

$$J = J_m + J_1 \cdot r^2 + \frac{M_2 \cdot r^2 \cdot \Phi^2}{4} = 12 \cdot 10^{-6} + 4 \cdot 10^{-6} + 50 \cdot 10^{-6} = 6,6 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^2$$

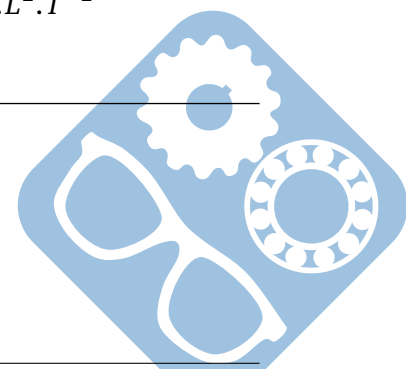
Question 8 :

$$\begin{aligned} \left[J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} \right] &= & M \cdot L^2 \cdot T^{-1} \cdot T^{-1} &= M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \\ [cm(t)] &= & F \cdot L \text{ (} F = \text{Force)} &= M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L = M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \\ [-\mu \cdot \omega_m(t)] &= & F \cdot L \cdot T \cdot T^{-1} &= M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L = M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \\ [Cr] &= & F \cdot L &= M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L = M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \end{aligned}$$

L'équation est homogène.

Question 9 :

$$\begin{aligned} u_m(t) &= R \cdot i_m(t) + e(t) \\ e(t) &= K_e \cdot \omega_m(t) \\ cm(t) &= K_c \cdot i_m(t) \end{aligned}$$



Question 10:

$$\begin{aligned}
 U_m(p) &= R \cdot I_m(p) + E(p) \\
 E(p) &= K_e \cdot \Omega_m(p) \\
 Cm(p) &= K_c \cdot I_m(p) \\
 J \cdot p \cdot \Omega_m(p) &= Cm(p) - \mu \cdot \Omega_m(p) - Cr \cdot \frac{1}{p}
 \end{aligned}$$

Question 11:

$$\begin{aligned}
 U_m(p) &= R \cdot \frac{Cm(p)}{K_c} + K_e \cdot \Omega_m(p) \\
 U_m(p) &= R \cdot \frac{(J \cdot p + \mu) \cdot \Omega_m(p)}{K_c} + K_e \cdot \Omega_m(p) \\
 \text{Donc } H(p) &= \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_c}{R \cdot (J \cdot p + \mu) + K_e \cdot K_c} \\
 \text{Sous la forme canonique, on obtient :} \\
 H(p) &= \frac{\frac{K_c}{R_m \cdot \mu + K_e \cdot K_c}}{1 + \frac{R_m \cdot J}{R_m \cdot \mu + K_e \cdot K_c} \cdot p}
 \end{aligned}$$

Question 12:

La fonction de transfert est d'ordre 1 et de classe 0.

Question 13:

On peut identifier le gain $K = \frac{K_c}{R_m \cdot \mu + K_e \cdot K_c}$ et la constante de temps $\tau = \frac{R_m \cdot J}{R_m \cdot \mu + K_e \cdot K_c}$.

Question 14:

$$\begin{aligned}
 K &= \frac{50 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0,001 + 50 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 10^{-3}} = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3} + 2,5 \cdot 10^{-3}} = \frac{50}{4,5} \approx 11 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1} \\
 \tau &= \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 0,001 + 50 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 10^{-3}} = \frac{0,12 \cdot 10^{-3}}{4,5 \cdot 10^{-3}} \approx 0,027 \text{ s}
 \end{aligned}$$

Question 15:

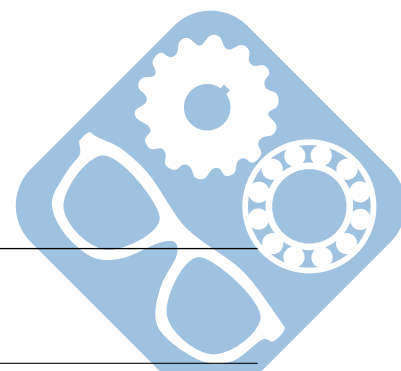
On a montré que $\Omega_{max} = 300 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, et comme $K = 11 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$, on obtient $U_{max} = \frac{\Omega_{max}}{K} = \frac{300}{11} \approx 27 \text{ V}$.

Question 16:

Le résultat peut être connu par cœur, mais on peut aussi utiliser la décomposition en éléments simples.

$$\begin{aligned}
 \Omega_m(p) &= \frac{K}{1 + \tau \cdot p} \cdot \frac{U_0}{p} = \frac{A}{1 + \tau \cdot p} + \frac{B}{p} = \frac{A \cdot p + B + B \cdot \tau \cdot p}{p \cdot (1 + \tau \cdot p)} \\
 \text{Donc, } B &= K \cdot U_{max} \text{ et } A + B \cdot \tau = 0, \text{ donc } A = -\tau \cdot K \cdot U_0 \\
 \text{Donc, } \Omega_m(p) &= K \cdot U_0 \cdot \left(\frac{1}{p} - \frac{\tau}{1 + \tau \cdot p} \right) \\
 \text{Donc, } \omega_m(t) &= K \cdot U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)
 \end{aligned}$$

Question 17:



Tracé A	la constante de temps est 10 fois trop grande et $K.U_0 = 11$, l'entrée doit être un échelon unitaire ici
Tracé B	tracé d'un second ordre avec dépassement
Tracé C	$K.U_0 = 11$, l'entrée doit être un échelon unitaire ici
Tracé D	la constante de temps est 10 fois trop grande
Tracé E	c'est le bon tracé
Tracé F	tracé d'un second ordre avec dépassement et $K.U_0 = 11$, l'entrée doit être un échelon unitaire ici

Question 18:

$$K = \frac{s(+\infty)}{6} = \frac{24}{6} = 4$$

Question 19:

D'après la figure, $0,375 = e^{-\frac{\xi \cdot \pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$, donc $-\ln\left(\frac{8}{3}\right) = -\frac{\xi \cdot \pi}{\sqrt{1-\xi^2}}$, donc $\xi^2 = \frac{\left(\frac{\ln\left(\frac{8}{3}\right)}{\pi}\right)^2}{1 + \left(\frac{\ln\left(\frac{8}{3}\right)}{\pi}\right)^2}$, donc $\xi \approx \sqrt{\frac{0,1}{1,1}} \approx \sqrt{\frac{1}{11}} \approx 0,3$.

Question 20:

D'après la figure, $T_p \approx 0,22s$, or $\omega_0 = \frac{2 \cdot \pi}{T_p \cdot \sqrt{1-\xi^2}}$, donc $\omega_0 \approx \frac{2 \cdot \pi}{T_p} \approx \frac{2 \cdot 3}{0,22} \approx 30 \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

