

DS 03- Stabilisateur vertical

Avec Correction

PTSI

Jeudi 15 décembre 2022

Table des matières

I	Présentation du système	2
II	Analyse du mouvement de l'utilisateur et justification du cahier des charges	4
III	Respect de l'exigence relative à la position d'équilibre	6
IV	Détermination de la loi de mouvement du système perturbé	9
V	Étude d'avant-projet d'une solution technique avec une commande active	10

Stabilisateur vertical

I Présentation du système

I.1 Contexte

L'utilisation du mode vidéo, en haute définition sur les appareils photo réflex et légers, pose aux photographes le problème de la stabilisation de l'image car les vibrations engendrées y sont importantes et visibles. Des stabilisateurs installés à l'intérieur des appareils diminuent l'effet de ces vibrations mais ils restent très insuffisants pour assurer une bonne stabilisation notamment sur des sujets mobiles car ces systèmes ne sont efficaces que pour des temps de pose relativement longs. C'est pour cette raison que des systèmes de stabilisation externes ont été développés avec des supports et accessoires purement mécaniques ou motorisés.

Nacelles gyrostabilisées

Parmi les systèmes de stabilisation externes, les nacelles gyrostabilisées, installées sur une perche portée par les deux mains de l'utilisateur et sur lesquelles se fixe l'appareil photographique présentent l'avantage d'être légères, compactes et d'utilisation facile. Elles permettent de corriger les perturbations dues aux mouvements de l'utilisateur selon trois axes de rotations (figure 1). Néanmoins, elles ne permettent pas de réduire les perturbations verticales dues à la marche ou à la course de l'utilisateur.

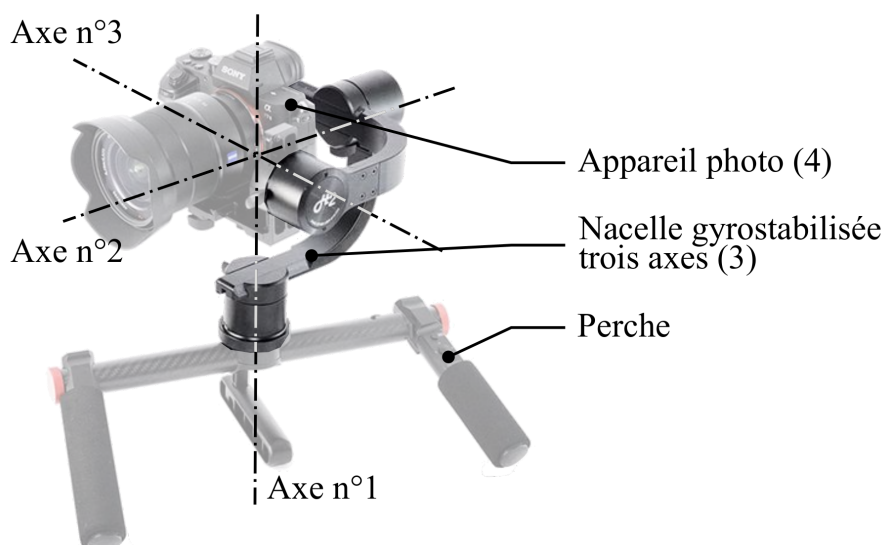
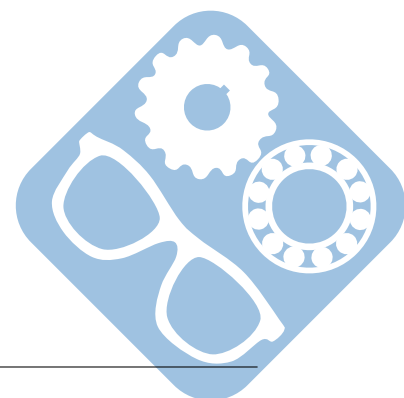


Figure 1 – Nacelle gyrostabilisée



Stabilisateur vertical

Pour maîtriser les perturbations verticales dues à la marche ou la course des photographes, un constructeur commercialise un stabilisateur vertical à installer entre la perche et la nacelle gyrostabilisée (figure 2).

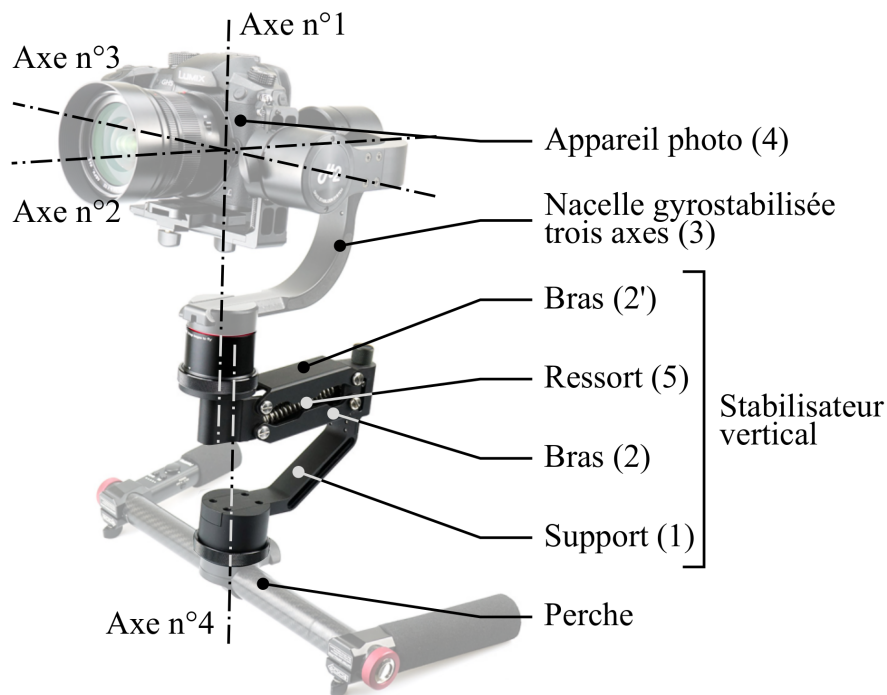
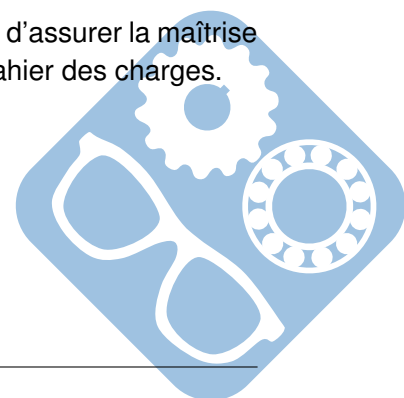


Figure 2 – Nacelle gyrostabilisée avec stabilisateur vertical

Une analyse du besoin des photographes a permis de documenter le cahier des charges fonctionnel dont un extrait est donné figure 11 du document réponse. Le cadre de ce sujet porte plus spécifiquement sur l'évaluation des solutions retenues pour satisfaire les objectifs de maîtrise de la position d'un appareil photo à l'équilibre et en mouvement. Le sujet est décomposé en quatre parties :

- dans la partie II, une analyse des mouvements de marche et de course d'un utilisateur est effectuée et les critères chiffrés de l'exigence relative à la position de l'appareil photo en mouvement sont justifiés ;
- la partie III porte sur la vérification du respect de l'exigence relative à la position à l'équilibre de l'appareil photo ;
- en partie IV, une étude dynamique met en évidence la nécessité d'ajouter une commande active au système pour assurer le respect de l'exigence relative à la position en mouvement de l'appareil photo ;
- la partie V porte sur la conception de la commande active du système en vue d'assurer la maîtrise de la position de l'appareil photo avec le niveau de précision requis par le cahier des charges.



II Analyse du mouvement de l'utilisateur et justification du cahier des charges

Objectif : Analyser les mouvements de l'utilisateur lorsqu'il marche ou lorsqu'il court et justifier les critères chiffrés de l'exigence relative à la position de l'appareil photo en mouvement.

Pour réduire les perturbations verticales de l'appareil photo, la solution retenue est de filtrer les mouvements de translation verticale de la perche dont les fréquences sont précisées dans le cahier des charges (figure 11). Pour justifier ces performances, on réalise des captures du mouvement vertical d'une perche tenue des deux mains par un utilisateur qui se déplace sur un sol plat.

Cette capture de mouvement est réalisée à partir d'un système optoélectronique dont le principe est le suivant : des caméras projettent une lumière dans le spectre infrarouge et détectent la lumière réfléchiée par des marqueurs réfléchissants placés sur l'utilisateur. À partir des focales des caméras, de leur position et de leur orientation, il est possible de reconstruire, à chaque instant, par triangulation, la position spatiale des marqueurs et d'en déduire le mouvement vertical des mains, en retenant la valeur moyenne de la position verticale des deux mains.

Les graphes des enregistrements de deux passages, marche et course, sont donnés ainsi que leur analyse spectrale (figure 3). Le contenu spectral est estimé en utilisant un enregistrement sur une durée limitée et la relation utilisée permet d'obtenir directement les amplitudes des différentes composantes harmoniques. Le calcul du spectre est réalisé pour un ensemble de fréquences choisi selon une distribution linéaire.

Cela signifie que les signaux des figures temporelles peuvent être décomposés en une somme de signaux sinusoïdaux, dont les amplitudes en (mm) ont été tracées en fonction de leur fréquence sur les deux figures du bas.

L'objectif de cette partie est de supprimer les effets de ces déplacements verticaux.

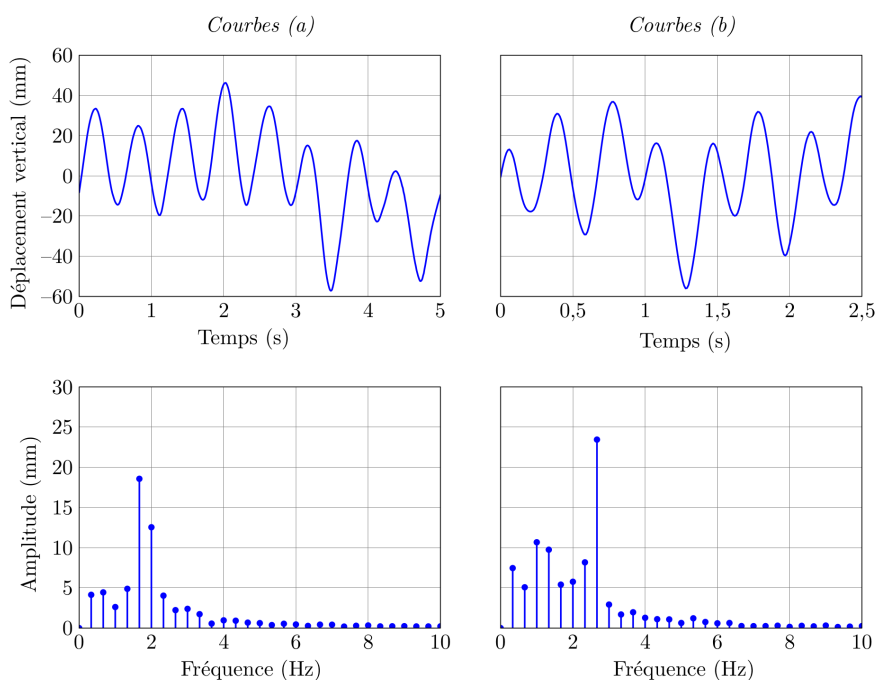


Figure 3 – Représentations temporelle et spectrale du déplacement vertical des mains de l'utilisateur lors de la capture du mouvement

Question 1 Associer chacune des courbes (a) ou (b) à l'enregistrement du mouvement pendant la marche ou la course de l'utilisateur. Il est conseillé d'analyser les caractéristiques de l'harmonique de plus grande amplitude.

On souhaite atténuer les perturbations dues à la marche ou à la course de l'utilisateur tout en conservant les mouvements de translation verticale souhaités.

Dans cet objectif un filtre dont le diagramme de Bode serait celui de la figure 4 est proposé. Il s'agit d'un filtre coupe bande. Le tracé de la figure 4 correspond à un coupe bande mais ses valeurs caractéristiques n'ont rien à voir avec notre étude.

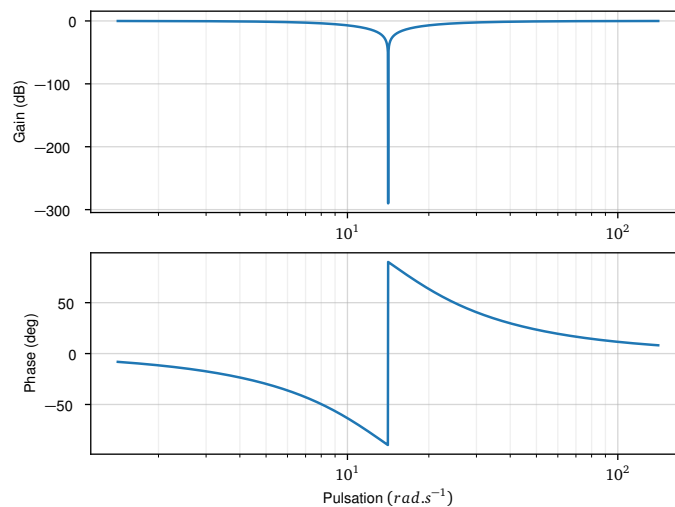
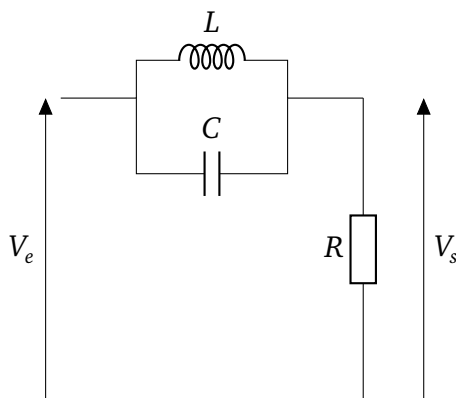


Figure 4 – Diagramme de Bode d'un filtre coupe bande.

Question 2 Justifier qu'un tel type de filtre convient pour notre cas d'utilisation.

Nous allons maintenant étudier le principe d'un tel filtre en électronique (non applicable à notre système). Le schéma électrique est présenté sur la figure 5, ainsi que la fonction de transfert qui le caractérise.



On montre alors que :

$$V_s = H(j\omega) \cdot V_e$$

$$\text{Avec : } H(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{\frac{1}{jL\omega} + jC\omega}}$$

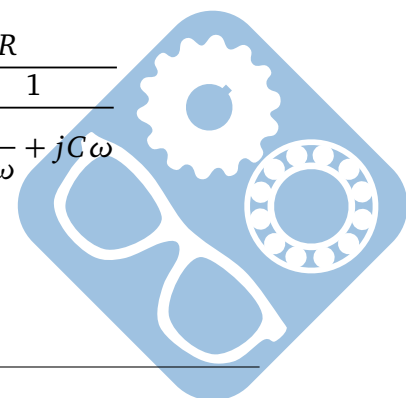


Figure 5 – Montage électronique d'un filtre coupe bande.

Question 3 Montrer que $H(j\omega)$ peut prendre la forme suivante

$$H(j\omega) = \frac{1 - \tau_1\omega^2}{1 + j\tau_2\omega - \tau_1\omega^2}$$

Déterminer les expressions de τ_1 et τ_2 en fonction de R , C et L .

On définit a , b et c tels que :

- $\tau_2\omega > 1$ si $\omega > a$,
- $\tau_1\omega^2 > 1$ si $\omega > b$,
- $\tau_1\omega^2 > \tau_2\omega$ si $\omega > c$,

Question 4 Déterminer a , b et c en fonction de τ_1 et τ_2 .

Question 5 Compléter les tableaux de variation du document réponse.

Question 6 Justifier que les valeurs $\tau_1 = 0.005$ et $\tau_2 = 0.1$ conviennent pour répondre à l'objectif de notre système.

Question 7 Réaliser les tracés asymptotique de $H(j\omega)$.

En sachant que $R = 0.1\Omega$.

Question 8 Déterminer les valeurs numériques de C et L .

III Respect de l'exigence relative à la position d'équilibre

Objectif : Vérifier le respect de l'exigence relative à la position d'équilibre du système.

Le cahier des charges précise que le stabilisateur peut être utilisé avec des appareils photo de masse comprise entre 0,350 kg et 1,550 kg (figure 11). L'objectif de cette partie est de vérifier que la conception est assez robuste vis-à-vis du facteur de masse de l'appareil photo pour satisfaire l'exigence 1.1 relative à la position d'équilibre du système.

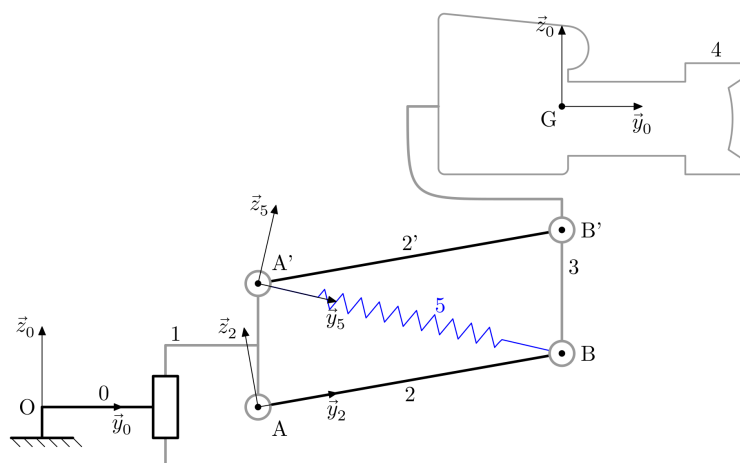
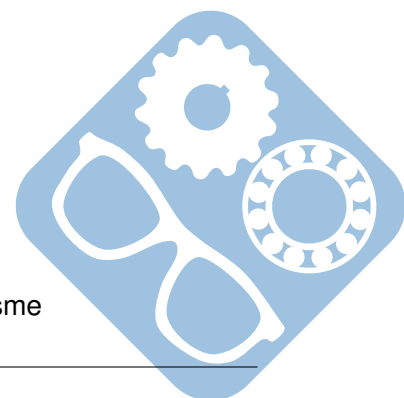


Figure 6 – Schéma cinématique plan et paramétrage du mécanisme



Le mécanisme étudié dont la modélisation retenue est donnée (figure 4) est principalement constitué de quatre solides $\{(1), (2), (2'), (3)\}$ formant un parallélogramme et guidés deux à deux en rotation par des liaisons modélisées par des pivots aux points A, A', B et B'. La nacelle gyrostabilisée est schématisée par la barre (3).

Le support (1), faisant l'objet d'une liaison encastrement avec la perche, est supposé être en mouvement de translation par rapport au sol (0) autorisé par une glissière fictive. Ce modèle est paramétré par :

- le repère terrestre $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ supposé galiléen avec \vec{z}_0 vertical ascendant,
- le repère $R_1(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié au support (1), avec $\vec{OA} = y_A \cdot \vec{y}_0 + z_{pert} \cdot \vec{z}_0$,
- le repère $R_2(A, \vec{x}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ lié au bras (2), avec $\alpha = (\vec{y}_0, \vec{y}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$,
- le repère $R'_2(A', \vec{x}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ lié au bras (2'), avec $\vec{AA}' = \ell \cdot \vec{z}_0$,
- le repère $R_3(B, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié à la nacelle gyrostabilisée (3) et à l'appareil photo (4) liés rigidement entre eux avec $\vec{AB} = L \vec{y}_2$. Le centre d'inertie de l'ensemble $\{(3) + (4)\}$ est noté G, avec $\vec{BG} = y_G \vec{y}_0 + z_G \vec{z}_0$,
- le repère $R_5(A', \vec{x}_0, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$ est défini tel que $\vec{A'B} = L_r \vec{y}_5$ avec $\beta = (\vec{y}_0, \vec{y}_5) = (\vec{z}_0, \vec{z}_5)$.

La plage de fonctionnement du mécanisme est limitée par la géométrie des bras (2) et (2') avec $\alpha \in [-35^\circ, 45^\circ]$, $\ell = 25mm$, $L = 52mm$, $y_G = 5mm$ et $z_G = 200mm$. Le ressort de traction (5) de raideur K_r et de longueur à vide L_{r0} possède une tension initiale F_{r0} lorsque $L_r = L_{r0}$. Il est relié d'une part au support (1) et d'autre part au solide (3) aux points d'ancrage respectivement A' et B. Pour cette étude :

- la nacelle gyrostabilisée (3) et l'appareil photo (4) sont considérés comme formant un seul solide,
- la masse et les inerties des solides sont négligées mis à part pour l'ensemble constitué de la nacelle gyrostabilisée (3) et de l'appareil photo (4) de masse $m_{34} = m_3 + m_4$ avec $m_3 = 1,250kg$ la masse de la nacelle gyrostabilisée (3) et m_4 la masse de l'appareil photo (4).

La référence retenue pour décrire la position de l'appareil photo est le centre d'inertie G de l'ensemble constitué de la nacelle gyrostabilisée (3) et de l'appareil photo (4) dans le repère R_0 .

Dans cette partie, l'étude est conduite avec les hypothèses suivantes :

- les quatre liaisons pivots et la liaison glissière sont parfaites,
- la modélisation est plane,
- il n'y a pas de perturbation ($z_{pert} = 0$).

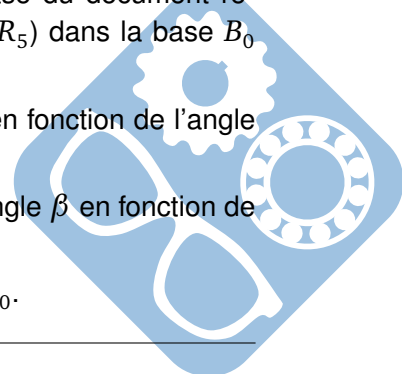
Question 9 Justifier que les bases B_1 (associée à R_1), B_3 (associée à R_3) et B_4 (associée à R_4) n'aient pas eu besoin d'être définies. A quelle autre base peuvent-elles être associées ?

Question 10 Exprimer après avoir complété les figures de changement de base du document réponse, exprimer les bases B_2 (associée à R_2) et B_5 (associée à R_5) dans la base B_0 (associée à R_0).

Question 11 Exprimer les coordonnées du centre d'inertie G dans la base B_0 en fonction de l'angle α et des paramètres géométriques du système.

Question 12 En utilisant une fermeture géométrique, donner l'expression de l'angle β en fonction de l'angle α et des paramètres géométriques L et ℓ du système.

Question 13 Déterminer le vecteur \vec{OB} en fonction de y_A , L et α dans la base B_0 .



Question 14 Déterminer alors la longueur du ressort L_r en fonction de ℓ , L et α . Faire l'application numérique pour les deux valeurs extrêmes de α , ce qui donnera L_{r_H} ($\alpha = 45^\circ$) et L_{r_B} ($\alpha = -35^\circ$). On donne $\cos(35^\circ) = 0.8$ et $\sin(35^\circ) = 0.6$.

La figure 7 présente le tracé de $\sin(x)$ en fonction de x .

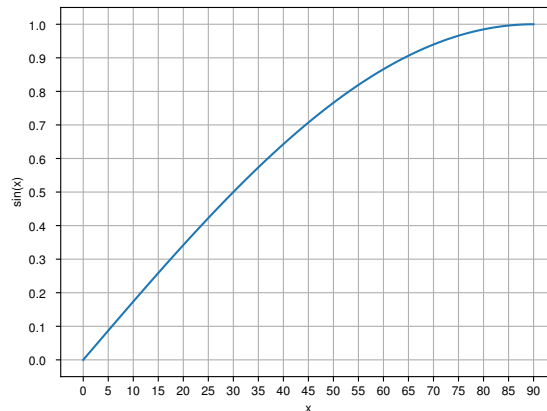


Figure 7 – Tracé de $\sin(x)$

La longueur à l'équilibre du ressort étant de 50mm , on néglige le poids des pièces et on enlève la caméra du support.

Question 15 A quelle valeur de l'angle α le système sera-t-il à l'équilibre ?

Objectif : On souhaite retrouver cette valeur grâce à un calcul sur python.

Pour cela, le tracé, tel qu'il a été calculé avec python, de la longueur $L_r - L_{r0}$ en fonction de α est présenté sur la figure 12.

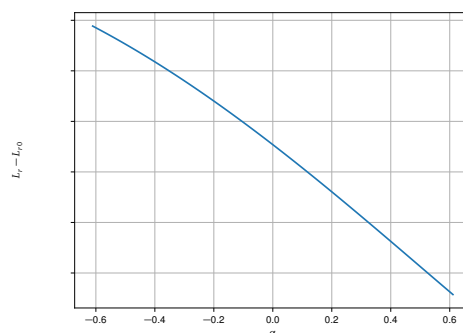
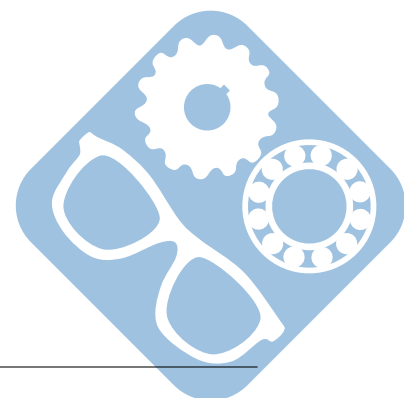


Figure 8 – Tracé de $L_r - L_{r0}$ en fonction de α



Le python suivant va permettre de déterminer la valeur à l'équilibre de l'angle α .

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 L=0.052
5 L0=0.05
6 l=0.025
7 alpha=np.linspace(-35,35,100)
8 alpha=alpha*np.pi/180
9
10 def longueur_ressort(alpha):
11     return ((L*np.cos(alpha))**2+(L*np.sin(alpha)-1)**2)**0.5-L0
12
13 Lr=longueur_ressort(alpha)
14
15 def methode(L, a):
16     debut = 0
17     fin = len(L) - 1
18     while debut <= fin:
19         m = ...
20         if L[m] == a:
21             return m
22         elif ... :
23             debut = m + 1
24         else:
25             fin = m - 1
26     return m

```

Question 16 Quelle méthode mathématique est utilisée ici pour répondre à l'objectif. Justifier qu'elle peut effectivement être appliquée ici.

Question 17 Compléter les lignes 19 et 22 de ce code.

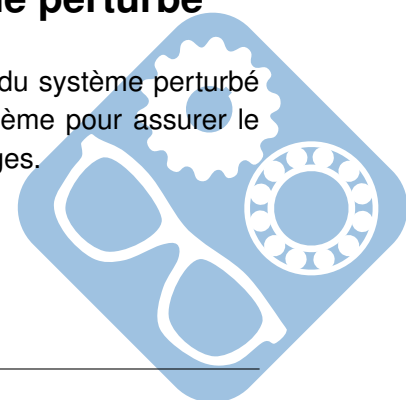
Question 18 Ajouter une ligne à la fin du code afin d'utiliser les fonctions ainsi codées pour afficher la valeur de alpha calculée par cette méthode.

IV Détermination de la loi de mouvement du système perturbé

Objectif : Élaborer le modèle dynamique et déterminer la loi de mouvement du système perturbé afin de mettre en évidence la nécessité d'ajouter une commande active au système pour assurer le respect de l'exigence 1.2. relative à la position en mouvement du cahier des charges.

Question 19 Déterminer la vitesse $\overrightarrow{V}_{G \in 3/0}$ en fonction de L , \dot{z}_{pert} et $\dot{\alpha}$.

Question 20 Déterminer l'accélération $\overrightarrow{\Gamma}_{G \in 3/0}$ en fonction de L , \ddot{z}_{pert} , $\dot{\alpha}$ et $\ddot{\alpha}$.



V Étude d'avant-projet d'une solution technique avec une commande active

Objectif : Modéliser la commande et déterminer le réglage du correcteur. Spécifier la motorisation.

Dans cette partie, la régulation en hauteur de l'ensemble constitué de la nacelle gyrostabilisée (3) et de l'appareil photo (4) est réalisée par un motoréducteur dont le stator est lié au support (1) et dont l'arbre de sortie entraîne le bras (2) (figure 9). Le rendement de la chaîne de motorisation est supposé parfait.

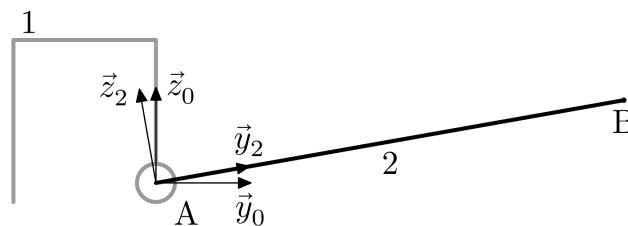


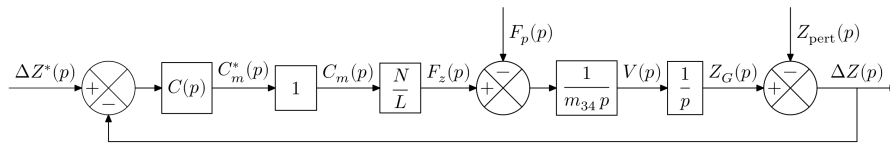
Figure 9 – Modèle simplifié

Les grandeurs utilisées dans cette partie sont :

- C_m le moment du couple qui modélise l'action du moteur sur l'arbre d'entrée du réducteur,
- ω_m la vitesse de rotation de l'arbre du moteur,
- C_s le moment du couple qui modélise l'action exercée par l'arbre de sortie du réducteur sur le bras (2),
- ω_s la vitesse de rotation de l'arbre de sortie du réducteur sur le bras (2),
- N le rapport de transmission du réducteur avec $N = \frac{\Omega_m}{\Omega_s} = 100$,
- α l'angle formé entre le bras (2) et le support (1) défini par $\alpha = (\vec{y}_0, \vec{y}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$,
- F_z le modèle de la composante verticale de l'effort exercé sur l'ensemble constitué de la nacelle gyrostabilisée (3) et de l'appareil photo (4) dû au couple moteur,
- F_p le modèle de l'effort de perturbation, dû au poids de l'ensemble constitué de la nacelle gyrostabilisée (3) et de l'appareil photo (4),
- C_m^* la consigne en couple sur la machine à courant continu ;
- m_{34} la masse de l'ensemble constitué de la nacelle gyrostabilisée (3) et de l'appareil photo (4),
- L la longueur du bras (2).

Un diagramme des exigences partiel du stabilisateur vertical avec la commande active est donné figure 12 du document réponse.

Pour réaliser un asservissement, un comparateur forme la différence entre une consigne en position notée $\Delta Z^*(p)$ et une mesure de la hauteur $\Delta Z(p)$ de l'appareil photo renvoyée par un capteur. Cette différence est corrigée par un correcteur de fonction de transfert notée $C(p)$. En pratique, $\Delta Z(p)$ correspond à l'écart par rapport à une position de référence non présentée ici. Le capteur est modélisé par un gain unitaire. Le schéma-bloc d'asservissement est donné (figure 10).


 Figure 10 – Schéma-bloc de l'asservissement de position avec un correcteur $C(p)$.

V.1 Choix et réglage du correcteur

Dans cette sous-partie, après avoir mis en évidence la nécessité d'introduire un correcteur, l'objet est d'en régler les paramètres de manière à ce que les performances du système vérifient les exigences du cahier des charges (figure 12). Pour la suite, on prendra $Z_{pert}(p) = 0$.

Question 21 Déterminer les expressions littérales des fonctions de transfert du moteur en poursuite

$$H_1(p) = \left. \frac{\Delta Z(p)}{\Delta Z^*(p)} \right|_{F_p(p)=0} \text{ sans perturbation, et en régulation}$$

$$H_2(p) = \left. \frac{\Delta Z(p)}{F_p(p)} \right|_{\Delta Z^*(p)=0}, \text{ sous forme canonique en fonction de } C(p), L, N \text{ et } m_{34}.$$

Pour la suite, on prendra $G(p) = \frac{\Delta Z(p)}{\Delta Z^*(p)} = \frac{1}{1 + \frac{p^2}{441 \cdot C(p)}}$, avec dans un premier temps, $C(p) = K$.

Question 22 Identifier les valeurs des caractéristiques K , ω_0 et ξ de cette fonction de transfert en fonction de K .

Question 23 Déterminer le dépassement pourcent correspondant à cette fonction de transfert.

Question 24 Déterminer la pseudo-période.

Question 25 Tracer la réponse indicielle à cette fonction de transfert pour $K = 1$.

Question 26 Tracer le diagramme de Bode asymptotique et réel de cette fonction pour $K = 1$.

Question 27 Montrer que ce type de correcteur proportionnel ne permet pas d'assurer la stabilité du système en boucle fermée.

Un nouveau correcteur est alors proposé :

$$C(p) = K \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right)$$

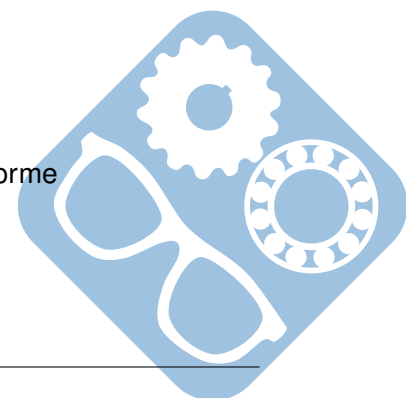
En prenant $T_i = 2T$ et $T_d = \frac{T}{2}$ (avec $T = 0.1s$) on obtient le correcteur sous la forme :

$$C(p) = \frac{K \cdot (1 + T p)^2}{2T p}$$

Question 28 Montrer que l'on peut alors mettre la fonction de transfert sous la forme

$$G(p) = \frac{1 + a \cdot j\omega + b \cdot \omega^2}{1 + a \cdot j\omega + b \cdot \omega^2 + c \cdot j\omega^3}$$

En déduire les expressions de a , b et c .



Pour la suite on prendra :

$$G(p) = \frac{1+0.2 \cdot j\omega - 0.01 \cdot \omega^2}{1+0.2 \cdot j\omega - 0.01 \cdot \omega^2 - 4 \cdot 10^{-4} \cdot j\omega^3}$$

Question 29 Compléter alors le tableau de variations.

Question 30 Réaliser le tracé asymptotique de la fonction de transfert.

Question 31 Conclure quant à l'impact de ce correcteur sur la stabilité du système.

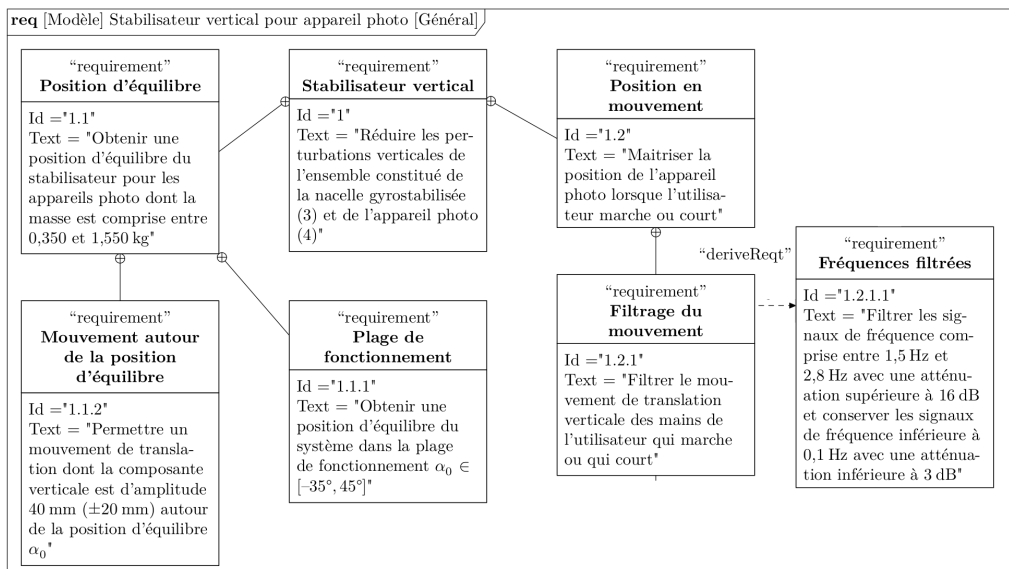


Figure 11 – Extrait du cahier des charges fonctionnel

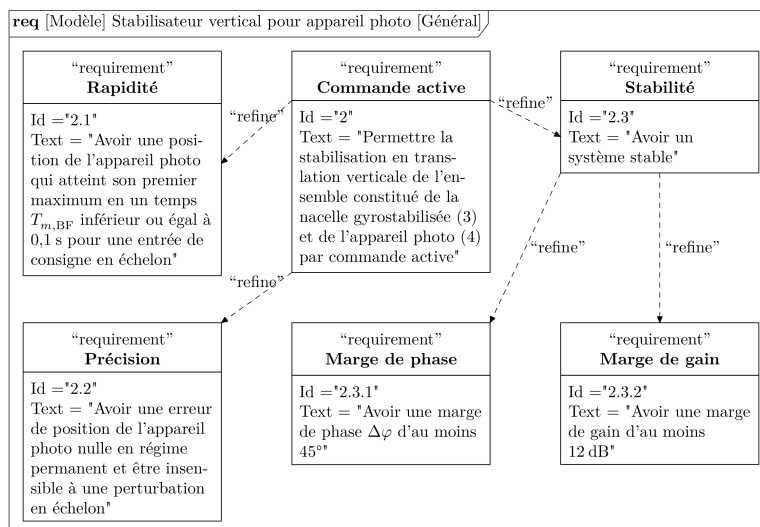
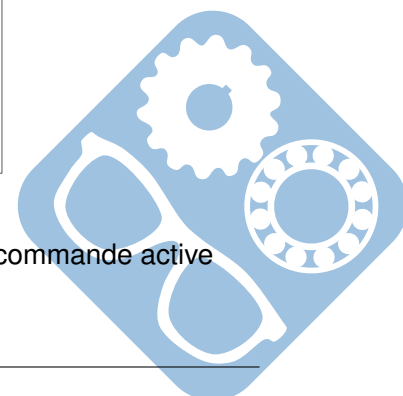


Figure 12 – Diagramme des exigences partielles du stabilisateur vertical avec la commande active



Question 1 :

- Sur la courbe (a), l'harmonique la plus grande existe pour 1,66 Hz (marche),
- Sur la courbe (b), l'harmonique la plus grande existe pour 2,66 Hz (course).

Question 2 :

Ce filtre a un gain en décibel nul sur tout le spectre sauf sur une plage spectrale pour laquelle il atténue le signal. Cela est donc adapté à notre besoin.

Question 3 :

$$H(j\omega) = \frac{1 - LC\omega^2}{1 + j\frac{L}{R}\omega - LC\omega^2}, \text{ ainsi } \tau_1 = LC \text{ et } \tau_2 = \frac{L}{R}$$

Question 4 :

$$a = \frac{1}{\tau_2}, b = \frac{1}{\sqrt{\tau_1}} \text{ et } c = \frac{\tau_2}{\tau_1}$$

Question 5 :

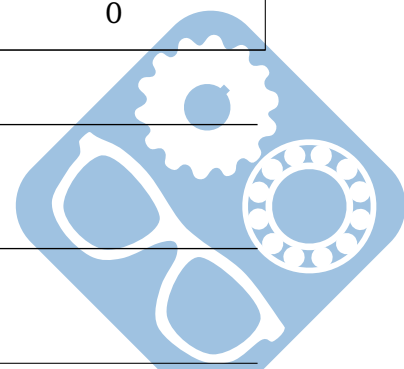
ω	0	$\frac{1}{\tau_2}$	$\frac{1}{\sqrt{\tau_1}}$	$\frac{\tau_2}{\tau_1}$	$+\infty$
$1 - \tau_1\omega^2$	1	1	$-\tau_1\omega^2$	$-\tau_1\omega^2$	
$1 + j\tau_2\omega - \tau_1\omega^2$	1	$j\tau_2\omega$	$j\tau_2\omega$	$-\tau_1\omega^2$	
$\frac{1 - \tau_1\omega^2}{1 + j\tau_2\omega - \tau_1\omega^2}$	1	$\frac{1}{j\tau_2\omega}$	$\frac{j\tau_1\omega}{\tau_2}$	1	

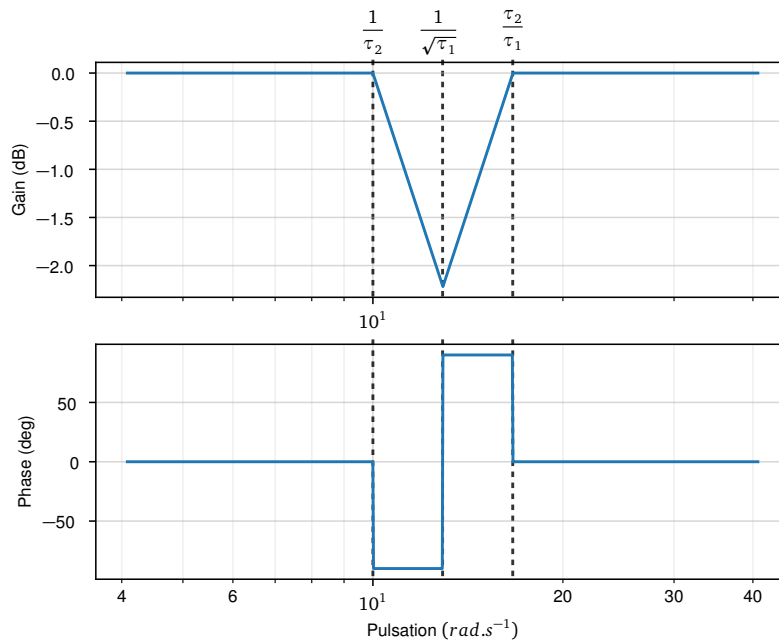
ω	0	$\frac{1}{\tau_2}$	$\frac{1}{\sqrt{\tau_1}}$	$\frac{\tau_2}{\tau_1}$	$+\infty$
$G_{db}(H(j\omega))$	0	$-20\log(\tau_2\omega)$	$20\log\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\omega\right)$	0	
$\varphi(H(j\omega))$	0	-90	90	0	

Question 6 :

$$\frac{1}{\tau_2} = 10\text{rad.s}^{-1} < 2 \cdot \pi 1.66 \text{ et } \frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{0.1}{0.005} = 20\text{rad.s}^{-1} > 2 \cdot \pi 2.66$$

Question 7 :





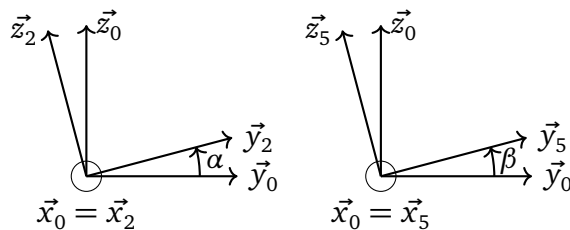
Question 8 :

- $\tau_2 = \frac{L}{R}$ donc $L = R\tau_2 = 0.1 \cdot 0.1 = 0.01H$,
- $\tau_1 = LC$ donc $C = \frac{\tau_1}{L} = \frac{0.005}{0.01} = 0.5F$

Question 9 :

B_1, B_3 et B_4 peuvent être associées à la base B_0 .

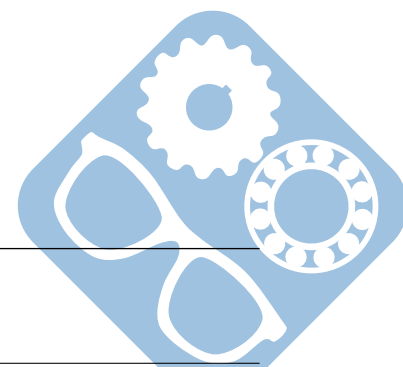
Question 10 :



- $\vec{x}_2 = \vec{x}_0$
- $\vec{y}_2 = \cos(\alpha)\vec{y}_0 + \sin(\alpha)\vec{z}_0$
- $\vec{z}_2 = -\sin(\alpha)\vec{y}_0 + \cos(\alpha)\vec{z}_0$
- $\vec{x}_5 = \vec{x}_0$
- $\vec{y}_5 = \cos(\beta)\vec{y}_0 + \sin(\beta)\vec{z}_0$
- $\vec{z}_5 = -\sin(\beta)\vec{y}_0 + \cos(\beta)\vec{z}_0$

Question 11 :

$$\vec{OG} = \vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BG} = y_A \cdot \vec{y}_0 + z_{pert} \cdot \vec{z}_0 + L \cdot \vec{y}_2 + y_G \cdot \vec{y}_0 + z_G \cdot \vec{z}_0$$



$$\begin{aligned}\vec{OG} &= y_A \cdot \vec{y}_0 + z_{pert} \cdot \vec{z}_0 + L \cdot (\cos(\alpha)\vec{y}_0 + \sin(\alpha)\vec{z}_0) + y_G \cdot \vec{y}_0 + z_G \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{OG} &= (y_A + L \cdot \cos(\alpha) + y_G) \cdot \vec{y}_0 + (z_{pert} + L \cdot \sin(\alpha) + z_G) \cdot \vec{z}_0\end{aligned}$$

Question 12 :

$$\begin{aligned}\vec{AB} + \vec{BA}' &= \vec{AA}' \quad L \cdot \vec{y}_2 - L_r \cdot \vec{y}_5 = \ell \cdot \vec{y}_0 \\ L \cdot \cos(\alpha) + L_r \cdot \cos(\beta) &= 0 \\ L \cdot \sin(\alpha) + L_r \cdot \sin(\beta) &= \ell \\ \frac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)} &= -\frac{\ell - L \cdot \sin(\alpha)}{L \cdot \cos(\alpha)} \\ \text{Donc} \\ \beta &= \arctan\left(-\frac{\ell - L \cdot \sin(\alpha)}{L \cdot \cos(\alpha)}\right)\end{aligned}$$

Question 13 :

$$\vec{OB} = (y_A + L \cdot \cos(\alpha)) \cdot \vec{y}_0 + (L \cdot \sin(\alpha)) \cdot \vec{z}_0$$

Question 14 :

La longueur du ressort est la norme du vecteur $\vec{A'B} = \vec{A'O} + \vec{OB}$

Avec $\vec{A'O} = -y_A \cdot \vec{y}_0 - \ell \cdot \vec{z}_0$.

On a donc : $Lr = \sqrt{(L \cdot \cos(\alpha))^2 + (L \cdot \sin(\alpha) - \ell)^2}$.

$\cos(45) = \sin(45) = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.7$

— $Lr_H = \sqrt{(0.052 \cdot 0.7)^2 + (0.052 \cdot 0.7 - 0.025)^2} = \sqrt{0.0364^2 + 0.0114^2} = \sqrt{0.0364^2 + 0.0114^2} = \sqrt{12 \cdot 10^{-4} + 10^{-4}} = \sqrt{13 \cdot 10^{-4} + 10^{-4}} \approx 0.04 = 40\text{mm}$

— $Lr_B = \sqrt{(0.052 \cdot 0.8)^2 + (-0.052 \cdot 0.6 - 0.025)^2} = \sqrt{0.0416^2 + 0.0562^2} = 0.1 \cdot \sqrt{4.16^2 + 5.62^2} \approx 0.01 \cdot \sqrt{17 + 31} \approx 0.07 \approx 70\text{mm}$

Question 15 :

$$Lr = \sqrt{(L \cdot \cos(\alpha))^2 + (L \cdot \sin(\alpha) - \ell)^2}$$

$$Lr^2 = L^2 - 2 \cdot L \cdot \ell \cdot \sin(\alpha) + \ell^2$$

$$\sin(\alpha) = \frac{L^2 + \ell^2 - Lr^2}{2 \cdot L \cdot \ell}$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{L^2 + \ell^2 - Lr^2}{2 \cdot L \cdot \ell}\right)$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{52^2 + 25^2 - 50^2}{2 \cdot 52 \cdot 25}\right)$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{50^2 + 25^2 - 50^2}{4 \cdot 25 \cdot 25}\right)$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{1}{4}\right)$$

Donc $\alpha = 15^\circ$.

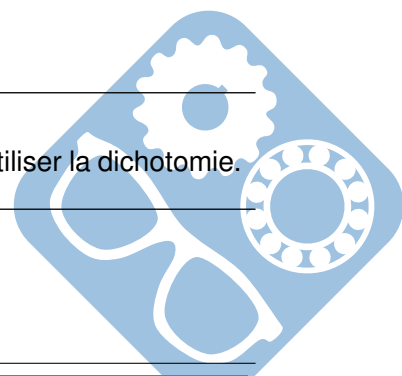
Question 16 :

Il s'agit de la dichotomie. Comme la courbe est strictement décroissante, on peut utiliser la dichotomie.

Question 17 :

$m = (\text{debut} + \text{fin}) // 2$

elif $L[m] < a$:



Question 18 :

print(alpha[methode(Lr, 0)])

Question 19 :

$$\overrightarrow{V_{G \in 3/0}} = \left[\frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} \right]_{R_0} = -L \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin(\alpha) \cdot \overrightarrow{y_0} + L \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos(\alpha) \cdot \overrightarrow{z_0} = L \cdot \dot{\alpha} \cdot \overrightarrow{z_2}$$

Question 20 :

$$\overrightarrow{\Gamma_{G \in 3/0}} = \left[\frac{d\overrightarrow{V_{G \in 3/0}}}{dt} \right]_{R_0} = -(L \cdot \ddot{\alpha} \cdot \sin(\alpha) + L \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos(\alpha)) \cdot \overrightarrow{y_0} + (L \cdot \ddot{\alpha} \cdot \cos(\alpha) - L \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \sin(\alpha)) \cdot \overrightarrow{z_0}$$

$$\overrightarrow{z_0} = L \cdot \ddot{\alpha} \cdot \overrightarrow{z_2} - L \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \overrightarrow{y_2}$$

Question 21 :

$$\Delta Z(p) = Z_G(p)$$

$$Z_G(p) = (F_z(p) - F_p(p)) \frac{1}{m_{34} p} \frac{1}{p}$$

$$F_z(p) = (\Delta Z^*(p) - \Delta Z(p)) \cdot \frac{N}{L} \cdot C(p)$$

Cas 1 : $F_p(p) = 0, Z_{pert}(p) = 0$

$$\Delta Z(p) = F_z(p) \frac{1}{m_{34} p} \frac{1}{p}$$

$$F_z(p) = (\Delta Z^*(p) - \Delta Z(p)) \cdot \frac{N}{L} \cdot C(p)$$

$$\Delta Z(p) = \frac{N \cdot C(p)}{L \cdot m_{34} p^2} (\Delta Z^*(p) - \Delta Z(p))$$

$$\Delta Z(p) \cdot \left(1 + \frac{N \cdot C(p)}{L \cdot m_{34} p^2} \right) = \frac{N \cdot C(p)}{L \cdot m_{34} p^2} \cdot \Delta Z^*(p)$$

$$\frac{\Delta Z(p)}{\Delta Z^*(p)} = \frac{\frac{N \cdot C(p)}{L \cdot m_{34} p^2}}{\left(1 + \frac{N \cdot C(p)}{L \cdot m_{34} p^2} \right)} = \frac{1}{1 + \frac{L \cdot m_{34}}{N \cdot C(p)} \cdot p^2}$$

Cas 2 : $\Delta Z^*(p) = 0, Z_{pert}(p) = 0$

$$\Delta Z(p) = (F_z(p) - F_p(p)) \frac{1}{m_{34} p} \frac{1}{p}$$

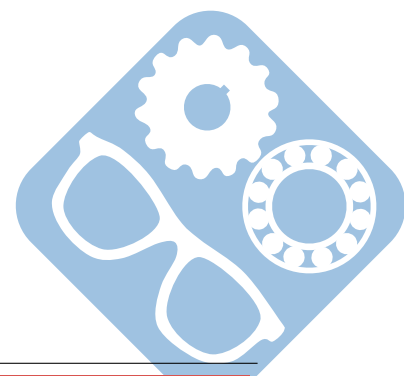
$$F_z(p) = -\Delta Z(p) \cdot \frac{N}{L} \cdot C(p)$$

$$\Delta Z(p) \cdot m_{34} \cdot p^2 = \left(-\Delta Z(p) \cdot \frac{N}{L} \cdot C(p) - F_p(p) \right)$$

$$\Delta Z(p) \left(m_{34} \cdot p^2 + \frac{N}{L} \cdot C(p) \right) = -F_p(p)$$

$$\frac{\Delta Z(p)}{F_p(p)} = -\frac{1}{m_{34} \cdot p^2 + \frac{N}{L} \cdot C(p)}$$

$$\frac{\Delta Z(p)}{F_p(p)} = -\frac{\frac{L}{N \cdot C(p)}}{1 + \frac{L \cdot m_{34}}{N \cdot C(p)} \cdot p^2}$$



Question 22 :

$$K = 1, \xi = 0 \text{ et } \omega_0 = 21 \cdot \sqrt{K} \text{ rad.s}^{-1}.$$

Question 23 :

$$D\% = 100 \cdot e^0 = 100\%$$

Question 24 :

$$T_p = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{21\sqrt{K}} \approx 0.3s$$

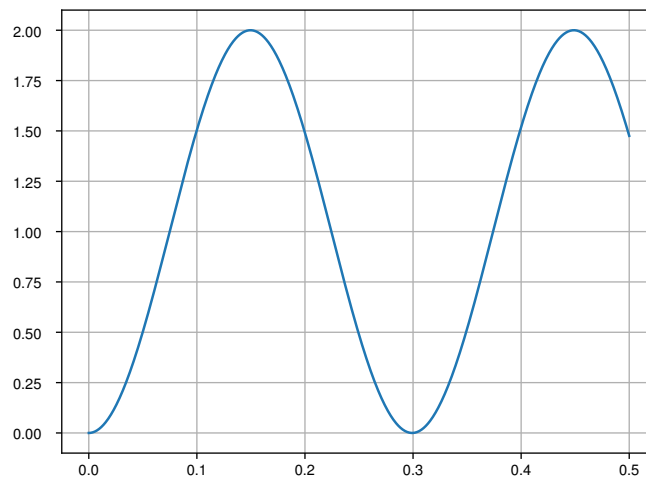
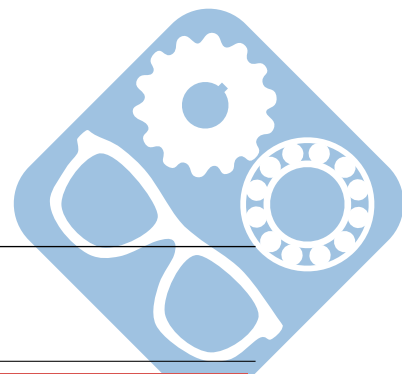
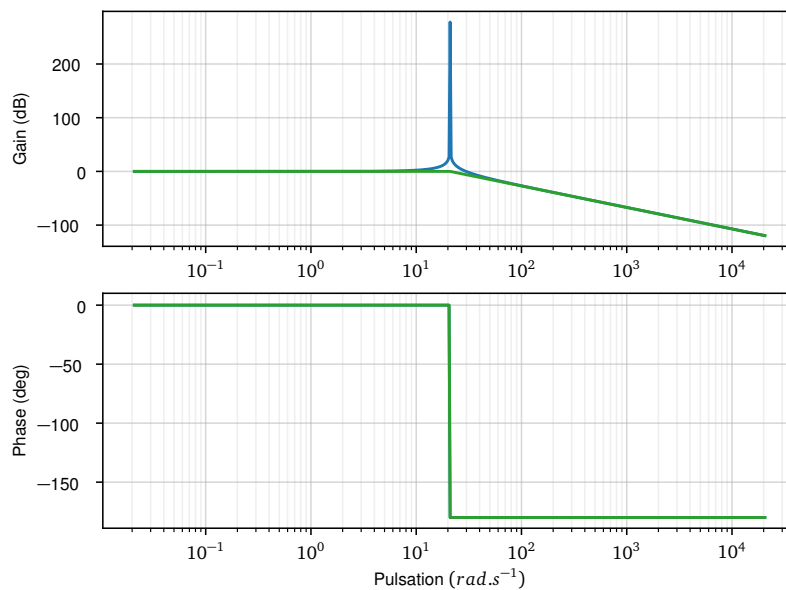
Question 25 :

Figure 13 – Réponse indicielle

Question 26 :



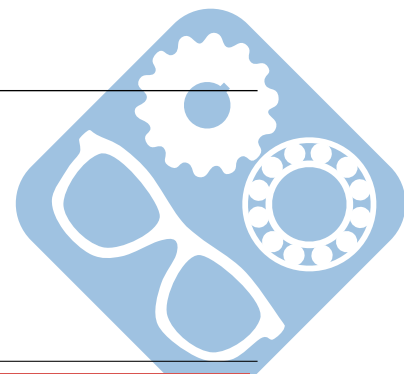
Question 27 :

La réponse temporelle oscille infiniment, ce correcteur ne convient donc pas.

Question 28 :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta Z(p)}{\Delta Z^*(p)} &= \frac{1}{1 + \frac{L \cdot m_{34}}{N \cdot K \cdot (1 + Tp)^2} \cdot p^2} = \frac{1}{1 + \frac{L \cdot m_{34}}{N \cdot K \cdot (1 + Tp)^2} \cdot 2T \cdot p^3} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{L \cdot m_{34}}{N \cdot K \cdot (1 + Tp)^2} \cdot 2T \cdot p^3} = \frac{(1 + Tp)^2}{(1 + Tp)^2 + \frac{L \cdot m_{34}}{N \cdot K} \cdot 2T \cdot p^3} \\ &= \frac{(1 + 0.1 * p)^2}{(1 + 0.1p)^2 + \frac{1}{21 * 2} \cdot 0.2 \cdot p^3} \\ &= \frac{1 + 0.2 * p + 0.01 * p^2}{1 + 0.2 * p + 0.01 * p^2 + 4 \cdot 10^{-4} \cdot p^3} \\ &= \frac{1 + 0.2 * j\omega - 0.01 * \omega^2}{1 + 0.2 * j\omega - 0.01 * \omega^2 - j \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot \omega^3} \end{aligned}$$

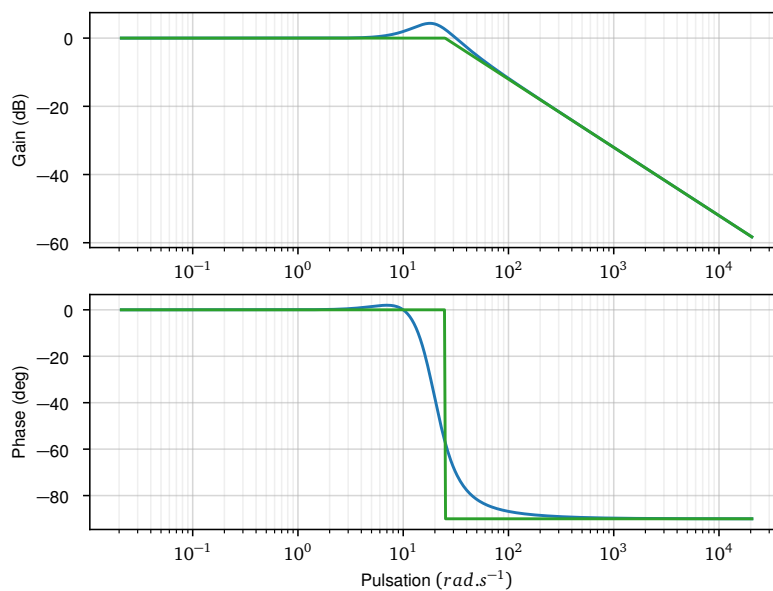
Question 29 :



ω	0	5	20	25	$+\infty$
$1 + 0.2 * j\omega - 0.01 * \omega^2$	1	$0.2 * j\omega$	$-0.01 * \omega^2$	$-0.01 * \omega^2$	
$1 + 0.2 * j\omega - 0.01 * \omega^2 - 4j \cdot 10^{-4} \cdot \omega^3$	1	$0.2 * j\omega$	$-0.01 * \omega^2$	$-4j \cdot 10^{-4} \cdot \omega^3$	
$\frac{\Delta Z(p)}{\Delta Z^*(p)}$	1	1	1	$\frac{25}{j\omega}$	

ω	0	$\frac{1}{\tau_2}$	$\frac{1}{\sqrt{\tau_1}}$	$\frac{\tau_2}{\tau_1}$	$+\infty$
$G_{db}(H(j\omega))$	0	0	0	$-20 \log\left(\frac{\omega}{25}\right)$	
$\varphi(H(j\omega))$	0	0	0	-90	

Question 30 :



Question 31 :

Le système est stable avec ce nouveau correcteur.

