

DS 01- Robot nettoyeur multi-surfaces

Avec Correction

PTSI

Samedi 07 octobre 2023

Table des matières

I	Présentation	2
II	Déplacement du robot sur la paroi vitrée	3
III	Représentation en vue plane	6

Robot nettoyeur multi-surfaces

I Présentation

Chaque année, le salon CES de Las Vegas, propose de nouveaux robots et appareils connectés. Les robots lave-vitres y sont apparus en 2012. Ils sont capables de laver des surfaces verticales, horizontales ou obliques, de grandes dimensions aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur de la maison.

Les robots lave-vitres actuels répondent au même besoin, avec cependant des performances pouvant être très différentes suivant les solutions technologiques retenues.

Une société d'électroménager a pris en compte les remarques d'un groupe de consommateurs (tableau 1) possédant déjà des robots lave-vitres (de structure monobloc ou en deux parties) afin de définir les exigences de conception d'un nouveau produit.



Figure 1 – Robot nettoyeur multi-surfaces

Remarques sur les robots de type monobloc	Remarques sur les robots en deux parties (placés de chaque côté du vitrage)
Ventouse de la ligne de vie pas assez puissante pour retenir le robot lors d'une chute.	Difficulté pour positionner les deux parties du robot de chaque côté de la paroi vitrée (cas de vitres d'immeuble).
Dimensions un peu grandes pour les petites surfaces : lucarnes, vasistas, etc.	Pas de ligne de vie (cordage). Dangereux, car le robot n'est pas retenu lors de pertes d'adhérence.
Réservoir de produit lavant suffisant pour les plus grandes parois vitrées.	Toute la surface de la paroi vitrée n'est pas balayée lors d'un décalage accidentel des deux parties du robot.
Traces sur les vitrages dues aux chenilles permettant le déplacement.	Chute du robot si l'aimantation entre les deux parties du robot est mal réglée.
Surface seulement balayée à 80% du fait de sa forme.	Pas de traces sur la paroi vitrée lors du déplacement du robot.
Balayage de tout type de surface (vitrée ou non).	

Tableau 1 – Remarques d'un groupe de consommateurs

Question 1 En prenant appui sur les remarques négatives communes aux deux structures de robot lave-vitres actuels, citer au moins deux besoins fonctionnels auxquels devra répondre le nouveau robot lave-vitres.

Après avoir étudié les remarques du groupe de consommateurs, la société a décidé de fabriquer un prototype dont on peut voir une modélisation sur le document technique DT1.

Il est constitué de deux patins qui, lorsqu'ils sont mis en mouvement comme présenté sur les schémas du document technique DT2, permettent à la fois le balayage de la paroi vitrée et le déplacement du robot.

Une turbine assure une dépression dans les patins afin de permettre au robot de se maintenir sur la paroi vitrée. La distribution de l'énergie au moteur de la turbine se fait grâce à un transistor.

L'apport d'énergie électrique est assuré par un bloc d'alimentation 230 VCA/24 VCC extérieur au robot. Le bloc alimentation et le robot sont connectés en permanence grâce à un câble électrique. Dans le cas d'une coupure d'énergie électrique, une batterie d'accumulateurs 14,8 VCC permet d'assurer le maintien du robot sur la paroi vitrée pendant une vingtaine de minutes.

Après avoir placé des bonnets en microfibras sur les patins, l'utilisateur n'a plus qu'à poser le robot sur la paroi vitrée tout en appuyant sur le bouton marche-arrêt pour mettre en fonctionnement la turbine. Une télécommande permet ensuite d'envoyer des ordres de déplacement au robot.

L'objectif du sujet est de valider plus précisément les solutions qui permettent :

- le déplacement du robot pour assurer le balayage de la totalité de la surface de la paroi vitrée ;
- la sécurité du robot.

II Déplacement du robot sur la paroi vitrée

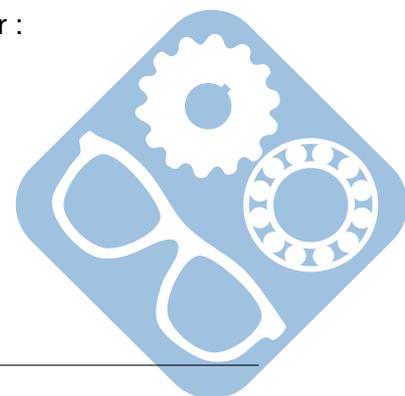
Objectif de cette partie : valider le modèle multiphysique pour que le robot se déplace sur toute la surface vitrée.

Analyse structurelle du robot

Question 2 À partir des informations données dans la présentation du système et du document technique DT1, compléter le diagramme de la structure fonctionnelle du robot en plaçant les composants manquants sur le document réponse. Indiquer les grandeurs d'effort et de flux manquantes et préciser la valeur numérique des grandeurs d'effort entrantes et sortantes du bloc « alimenter » dans le cas d'un fonctionnement normal et dans le cas d'une coupure d'énergie électrique.

La fonction convertir est effectuée par deux moteurs à patin. Ce sont des moteurs à courant continu. On donne les variables suivantes qui caractérisent le comportement du moteur :

- $u_m(t)$: la tension aux bornes du moteur,
- $i_m(t)$: le courant qui traverse le moteur,
- $e(t)$: la force contre-électromotrice du moteur,
- $c_m(t)$: le couple moteur,
- $\omega_m(t)$: la vitesse de rotation du moteur.



On donne les constantes suivantes caractéristiques du moteur étudié. Les valeurs numériques sont exprimées en unités SI mais celles-ci ont été effacées pour la question 3 :

- $R = 2$: résistance de l'induit,
- $L = 6 \cdot 10^{-4}$: inductance de l'induit,
- $K_e = 44 \cdot 10^{-3}$: constante de vitesse du moteur,
- $K_c = 44 \cdot 10^{-3}$: constante de couple du moteur,
- $J = 3 \cdot 10^{-4}$: inertie globale ramenée à l'arbre moteur.
- $f = ?$: coefficient de frottements visqueux.

Question 3 Compléter le tableau en indiquant les unités de toutes ces variables et de toutes ces constantes.

Question 4 Écrire les quatre équations du moteur qui relient TOUTES ces variables et constantes.

Question 5 Passer ces équations dans le domaine de Laplace (les conditions initiales sont nulles pour cette étude). On appellera $U_m(p)$, $I(p)$, $E(p)$, $\Omega_m(p)$ et $C_m(p)$ les transformées de $u_m(t)$, $i(t)$, $e(t)$, $\omega_m(t)$ et $c_m(t)$.

Question 6 Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$ sous sa forme canonique.

Question 7 Donner sa classe, son ordre et les expressions littérales de ses paramètres caractéristiques K , ξ et ω_0 .

On donne le relevé expérimental suivant, effectué après avoir alimenté le moteur avec une tension de $u_m(t) = 12V$.

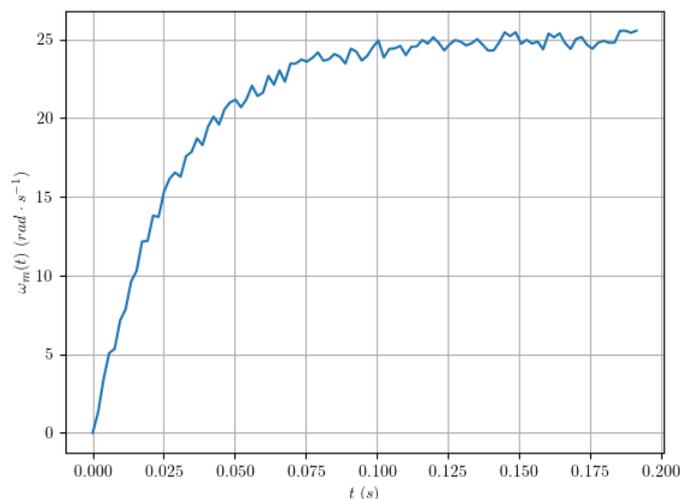
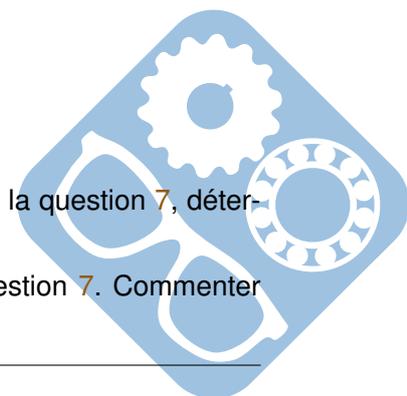
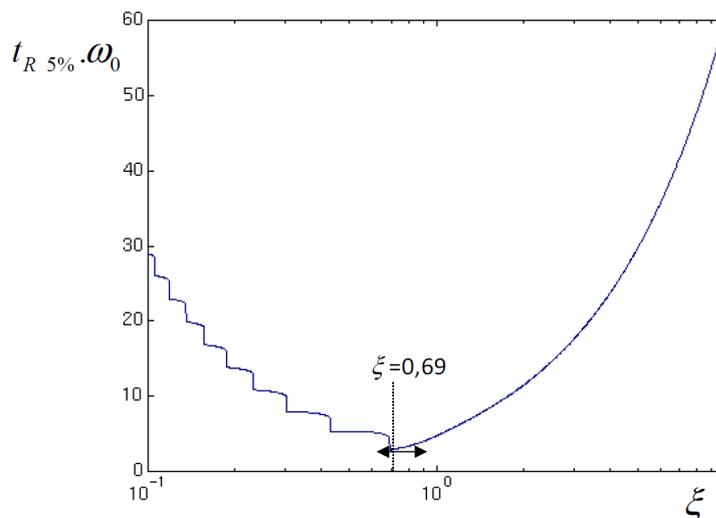


Figure 2 – Tracé de la réponse temporelle du moteur

Question 8 A partir de la réponse temporelle de la figure 2 et des résultats de la question 7, déterminer le coefficient f .

Question 9 Faire l'application numérique pour toutes les grandeurs de la question 7. Commenter ces résultats à la vue des tracés des figure 2 et 3.




 Figure 3 – Tracé du temps de réponse en fonction de ξ .

Des calculs issus des résultats de la question 7 montrent que :

$$\frac{d\xi}{dJ} = 140 \cdot \frac{1}{\sqrt{J}} - \frac{10^{-3}}{2 \cdot J^{\frac{3}{2}}}$$

Question 10 Justifier que ξ est minimum pour $J \approx 3 \cdot 10^{-6} \text{kg} \cdot \text{m}^2$.

Question 11 Montrer que la valeur de ξ correspondante est 1.

Question 12 Déterminer la valeur de J pour que le système soit le plus rapide.

II.1 Pilotage du moteur de la turbine

La mise en mouvement de la turbine par un échelon génère une accélération trop importante qui peut mener au décrochage du robot. On décide pour cela de la piloter en suivant un profil de tension en trapèze.

Le moteur peut être modélisé par la fonction de transfert suivante :

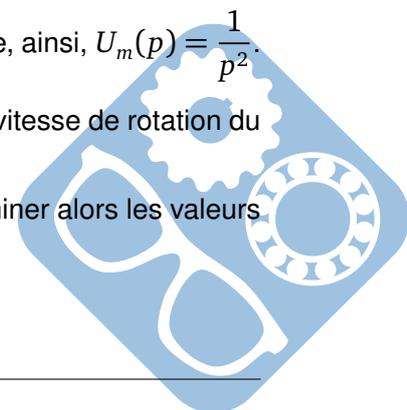
$$G(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{2}{1 + \frac{2}{350} \cdot p + \frac{p^2}{350^2}}$$

Pour modéliser la phase d'accélération, le profil de $u(t)$ sera celui d'une rampe, ainsi, $U_m(p) = \frac{1}{p^2}$.

Question 13 Montrer à partir d'une décomposition en éléments simples, que la vitesse de rotation du moteur peut s'écrire dans le domaine de Laplace :

$$\Omega_m(p) = u \cdot \frac{p}{(350 + p)^2} + v \cdot \frac{1}{(350 + p)^2} + w \cdot \frac{1}{p} + z \cdot \frac{1}{p^2}. \text{ Déterminer alors les valeurs des coefficients } u, v, w \text{ et } z.$$

On sait que : $L[t \cdot e^{-at}] = \frac{1}{(p + a)^2}$



Question 14 Montrer que $L[e^{-at} \cdot (1 - t \cdot a)] = \frac{P}{(p + a)^2}$.

Question 15 En déduire l'expression temporelle de $\omega_m(t)$ en fonction de u , v , w et z .

Le document réponse montre la réponse temporelle de $\omega_m(t)$. Deux autres ont été définies comme suit :

- pour $f(t)$, 3 valeurs parmi u , v , w et z ont été mises à 0,
- pour $g(t)$, 2 valeurs parmi u , v , w et z ont été mises à 0.

Question 16 Préciser sur la légende de la courbe les équations des droites tracées.

Question 17 En déduire les valeurs des coefficients w et z .

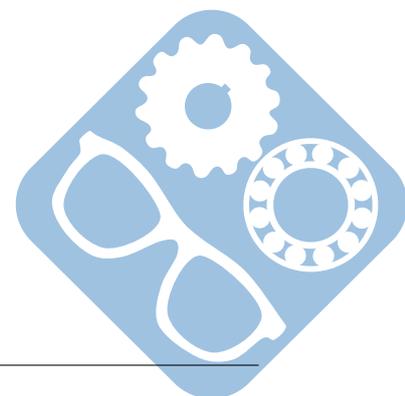
On constate sur le tracé que passées 0.02s, $g(t)$ se confond avec $\omega_m(t)$.

Question 18 Déterminer le retard de traînage δt tel que $f(t) = g(t + \delta t)$.

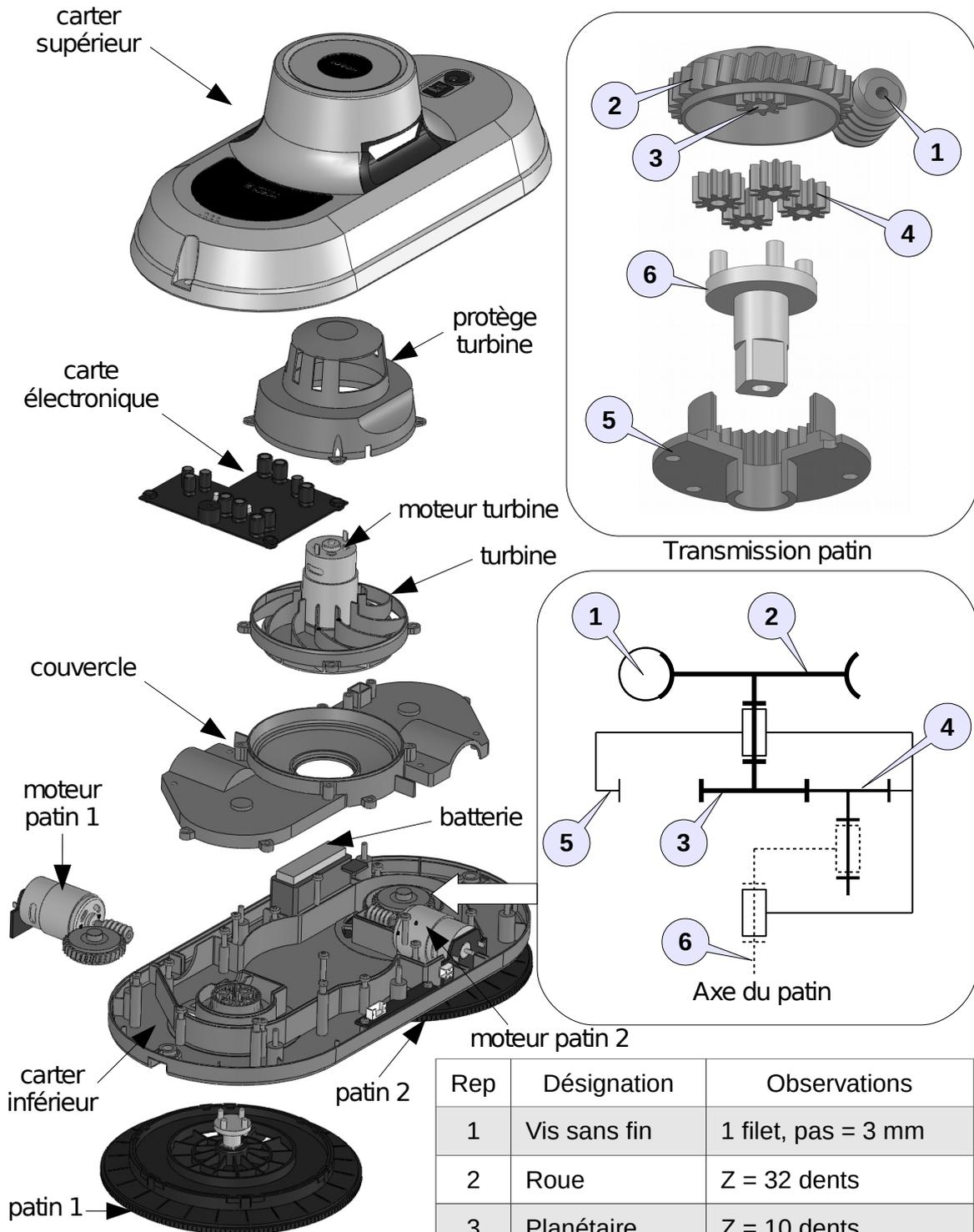
III Représentation en vue plane

Question 19 Compléter la projection en vue plane du document réponse.

FIN



Document technique DT1. Modélisation du robot



NOTA : les bonnets en microfibres des patins ne sont pas représentés.

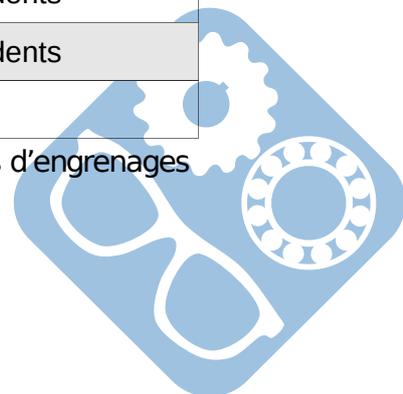
Rendement :

—roue/vis sans fin = 0,5

—train épicycloïdal = 0,8

Rep	Désignation	Observations
1	Vis sans fin	1 filet, pas = 3 mm
2	Roue	Z = 32 dents
3	Planétaire	Z = 10 dents
4	Satellite	Z = 10 dents
5	Couronne	Z = 32 dents
6	Porte-satellites	

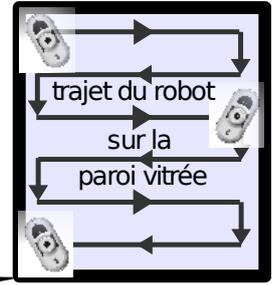
Z : nombre de dents des roues d'engrenages



Document technique DT2. Déplacement du robot

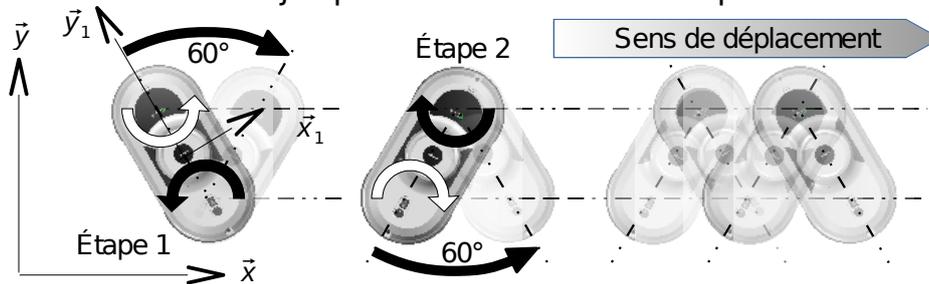
La solution retenue est de mettre en mouvement rapide  un des patins afin de balayer la surface. Dans le même temps l'autre patin fixe par rapport à la paroi vitrée est mis en mouvement lent , il en résulte un déplacement du corps du robot par rapport au patin en mouvement lent.

Le robot a un mouvement de rotation autour de l'axe du patin en mouvement lent.



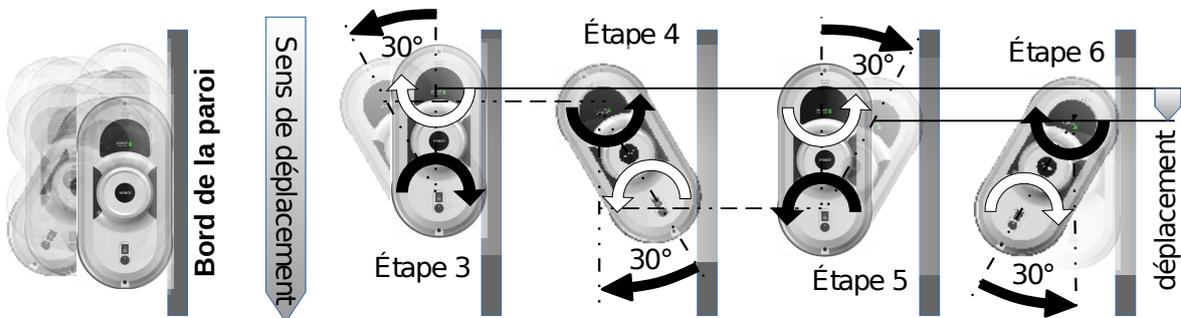
Déplacement horizontal vers la droite

Après un déplacement angulaire de 60° (étape 1), les patins inversent les rôles (étape 2). Les étapes 1 et 2 se succèdent jusqu'à détection d'un bord de paroi vitrée.



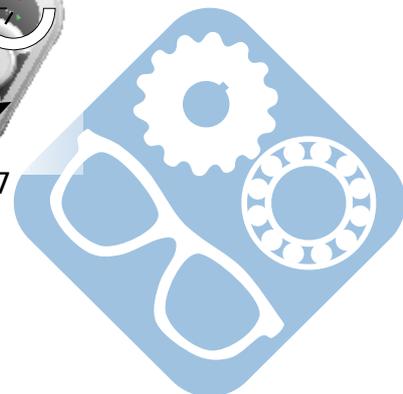
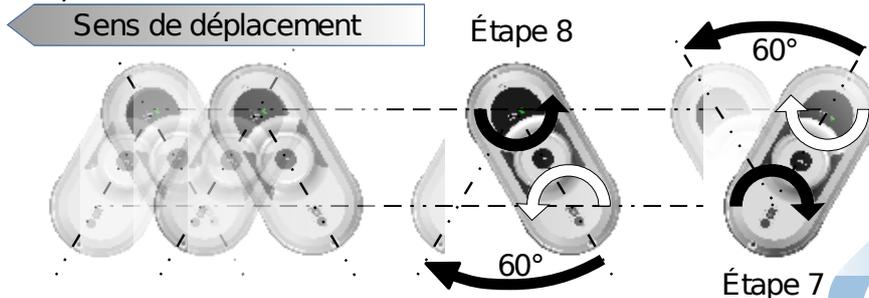
Déplacement vertical vers le bas

Le robot réalise une succession de déplacements de 30° afin de se décaler verticalement jusqu'à la moitié de sa hauteur (étape 3, 4, 5 et 6).



Déplacement horizontal vers la gauche

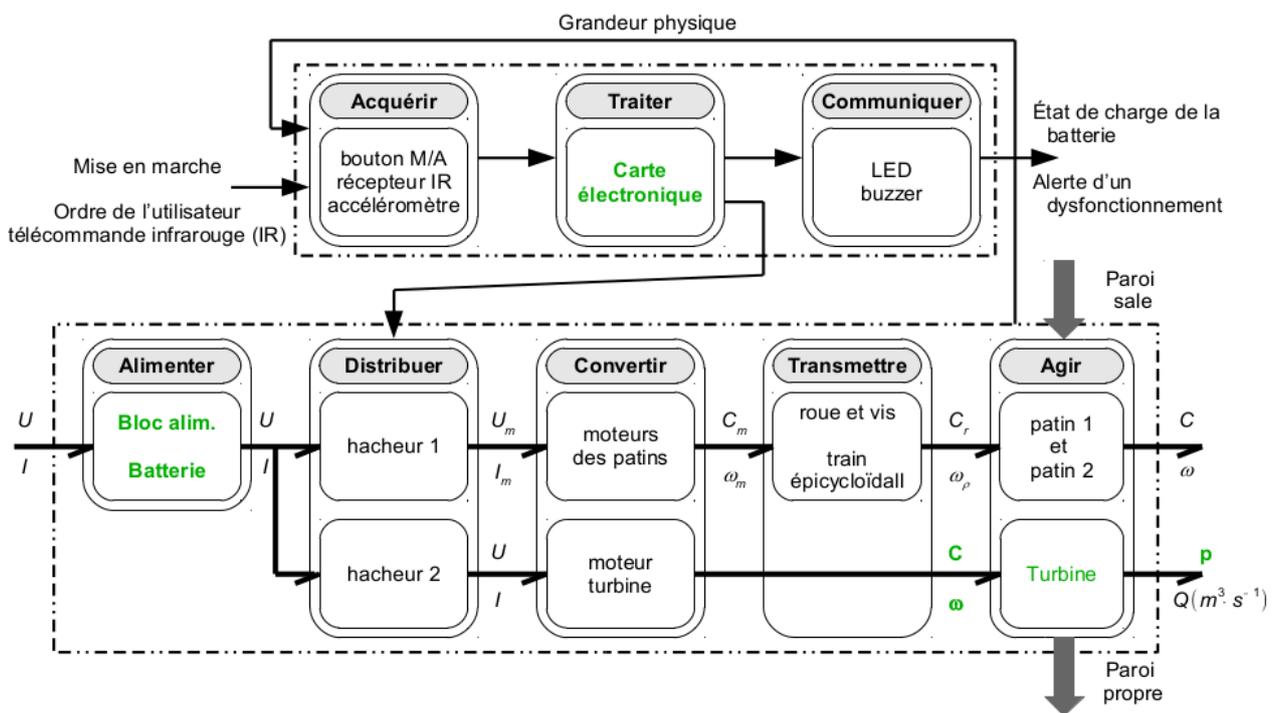
Le robot repart dans l'autre sens en faisant se succéder les déplacements angulaires de 60° (étapes 7 et 8).



Question 1 :

Travailler en toute sécurité. Balayer la totalité de la paroi vitrée.

Question 2 :



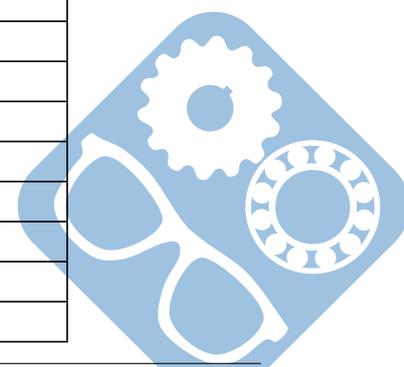
grandeur d'effort entrante du bloc « alimenter » : 230 VCA

grandeurs d'efforts sortantes du bloc « alimenter » : 24 VCC ou 14,8 VCC

Figure 4 – Chaînes d'énergie et d'information

Question 3 :

Grandeur	Unité (Symbole)
$u_m(t)$	Volt (V)
$i_m(t)$	Ampère (A)
$e(t)$	Volt (V)
$c_m(t)$	Newton mètre ($N \cdot m$)
$\omega_m(t)$	radian par seconde ($rad \cdot s^{-1}$)
R	Ohm (ω)
L	Henri (H)
K_e	Volt par radian seconde ($V \cdot rad^{-1}s$)
K_c	Newton mètre par ampère ($N \cdot m \cdot A^{-1}$)
J	Kilogramme mètre carré ($kg \cdot m^2$)
f	Newton mètre par radian seconde ($N \cdot m \cdot rad^{-1}s$).



Question 4 :

$$u_m(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + e(t) \quad (1)$$

$$e(t) = K_e \cdot \omega_m(t) \quad (2)$$

$$c_m(t) = K_c \cdot i(t) \quad (3)$$

$$J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t) - f \cdot \omega_m(t) \quad (4)$$

Question 5 :

$$U_m(p) = R \cdot I(p) + L \cdot p \cdot I(p) + E(p) \quad (5)$$

$$E(p) = K_e \cdot \Omega_m(p) \quad (6)$$

$$C_m(p) = K_c \cdot I(p) \quad (7)$$

$$J \cdot p \cdot \Omega_m(p) = C_m(p) - f \cdot \Omega_m(p) \quad (8)$$

Question 6 :

$$U_m(p) = (R + L \cdot p) \cdot I(p) + K_e \cdot \Omega_m(p) \text{ et } (J \cdot p + f) \cdot \Omega_m(p) = C_m(p) = K_c \cdot I(p)$$

$$\text{Donc, } U_m(p) = (R + L \cdot p) \cdot \frac{(J \cdot p + f) \cdot \Omega_m(p)}{K_c} + K_e \cdot \Omega_m(p)$$

$$U_m(p) = \left((R + L \cdot p) \cdot \frac{(J \cdot p + f)}{K_c} + K_e \right) \cdot \Omega_m(p)$$

$$U_m(p) = \frac{(R + L \cdot p) \cdot (J \cdot p + f) + K_e \cdot K_c}{K_c} \cdot \Omega_m(p)$$

$$\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_c}{(R + L \cdot p) \cdot (J \cdot p + f) + K_e \cdot K_c}$$

$$\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_c}{R \cdot J \cdot p + R \cdot f + L \cdot J \cdot p^2 + L \cdot f \cdot p + K_e \cdot K_c}$$

$$\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{\frac{K_c}{R \cdot f + K_e \cdot K_c}}{1 + \frac{R \cdot J + L \cdot f}{R \cdot f + K_e \cdot K_c} \cdot p + \frac{L \cdot J}{R \cdot f + K_e \cdot K_c} \cdot p^2}$$

Question 7 :

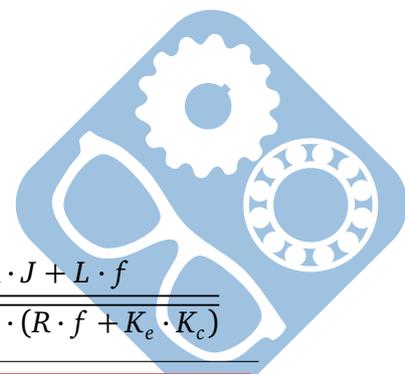
— Classe 0,

— Ordre 2,

$$- K = \frac{K_c}{R \cdot f + K_e \cdot K_c},$$

$$- \omega_0 = \sqrt{\frac{R \cdot f + K_e \cdot K_c}{L \cdot J}},$$

$$- \xi = \frac{\omega_0}{2} \cdot \frac{R \cdot J + L \cdot f}{R \cdot f + K_e \cdot K_c} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{R \cdot f + K_e \cdot K_c}{L \cdot J}} \cdot \frac{R \cdot J + L \cdot f}{R \cdot f + K_e \cdot K_c} = \frac{R \cdot J + L \cdot f}{2 \sqrt{L \cdot J \cdot (R \cdot f + K_e \cdot K_c)}}$$



Question 8 :

Sur la figure, on note la valeur de l'asymptote, $K \cdot 12 = 25$, donc $K = 2.5$.

$$K = \frac{K_c}{R \cdot f + K_e \cdot K_c}$$

$$\frac{K_c}{44 \cdot 10^{-3}} = 2$$

$$2 \cdot f + 44 \cdot 10^{-3} \cdot 44 \cdot 10^{-3} = 2$$

$$44 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot (2 \cdot f + 44 \cdot 10^{-3} \cdot 44 \cdot 10^{-3})$$

$$44 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 44 \cdot 10^{-3} \cdot 44 \cdot 10^{-3} = 4 \cdot f$$

$$f = \frac{44 \cdot 10^{-3} \cdot (1 - 2 \cdot 44 \cdot 10^{-3})}{4}$$

$$f = 11 \cdot 10^{-3} \cdot (1 - 0.088) = 10^{-3} \cdot (11 - 1) = 10^{-2} \text{N} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}$$

Question 9 :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-2} + 44 \cdot 10^{-3} \cdot 44 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 10^{-4}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-2} + 2000 \cdot 10^{-6}}{18 \cdot 10^{-8}}} = \sqrt{\frac{22 \cdot 10^{-3}}{18 \cdot 10^{-8}}} = \sqrt{10^5} = \sqrt{10} \cdot 10^5 \approx 300 \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}. \text{ (350 avec moins d'approximations).}$$

$$\xi = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{-4} + 6 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-2}}{2 \sqrt{6 \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot (2 \cdot 10^{-2} + 44 \cdot 10^{-3} \cdot 44 \cdot 10^{-3})}}$$

$$\xi = \frac{6 \cdot 10^{-4}}{2 \sqrt{18 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{-2}}} = \frac{6 \cdot 10^{-4}}{2 \sqrt{36 \cdot 10^{-10}}} = \frac{6 \cdot 10^{-4}}{12 \cdot 10^{-5}} = \frac{10}{2} = 5$$

C'est cohérent avec le tracé car $\xi = 5$ justifie le fait que l'on ne voit plus la tangente à l'origine, le tracé ressemble à un premier ordre.

Sur l'autre figure, on voit que pour $\xi = 5$, $t_{R5\%} \cdot \omega_0 = 30$, donc $t_{R5\%} = 0.1 \text{s}$ et c'est aussi compatible avec la réponse temporelle si on l'identifie à un premier ordre.

Question 10 :

$$0 = 140 \cdot \frac{1}{\sqrt{J}} - \frac{10^{-3}}{2 \cdot J^{3/2}}$$

$$0 = 140 - \frac{10^{-3}}{2 \cdot J}$$

$$280 \cdot J = 10^{-3}$$

$$J = \frac{10^{-3}}{3 \cdot 10^2} = 3 \cdot 10^{-6}$$

Question 11 :

$$\xi = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{-6} + 6 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-2}}{2 \sqrt{6 \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot (2 \cdot 10^{-2} + 44 \cdot 10^{-3} \cdot 44 \cdot 10^{-3})}}$$

$$\xi = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{2 \sqrt{6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 10^{-12}}}$$

$$\xi = 1$$

Question 12 :

C'est la valeur telle que le système est le plus rapide car c'est la plus petite valeur de ξ et elle est plus grande que 0.69.



Question 13 :

$$\Omega_m(p) = G(p) \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{2}{1 + \frac{2 \cdot 1}{350} \cdot p + \frac{p^2}{350^2}} \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{2}{\left(1 + \frac{p}{350}\right)^2} \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{A \cdot p + B}{\left(1 + \frac{p}{350}\right)^2} + \frac{C \cdot p + D}{p^2}$$

$$\Omega_m(p) = \frac{A \cdot p^3 + B \cdot p^2 + C \cdot p + D + C \cdot \frac{2}{350} \cdot p^2 + D \cdot p \cdot \frac{2}{350} + C \cdot \frac{1}{350^2} \cdot p^3 + D \cdot p^2 \cdot \frac{1}{350^2}}{\left(1 + \frac{p}{350}\right)^2 \cdot p^2}$$

$$A + \frac{C}{350^2} = 0$$

$$B + \frac{2 \cdot C}{350} + \frac{D}{350^2} = 0$$

$$C + \frac{2 \cdot D}{350} = 0$$

$$D = 2$$

$$\text{Donc, } D = 2, C = -\frac{4}{350}, A = \frac{4}{350^3}, B = \frac{8}{350^2} - \frac{2}{350^2} = \frac{6}{350^2}$$

$$\Omega_m(p) = \frac{\frac{4}{350^3} \cdot p + \frac{6}{350^2}}{\left(1 + \frac{p}{350}\right)^2} + \frac{-\frac{4}{350} \cdot p + 2}{p^2}$$

$$\Omega_m(p) = \frac{4}{350} \cdot \frac{p}{(350 + p)^2} + 6 \cdot \frac{1}{(350 + p)^2} - \frac{4}{350} \cdot \frac{1}{p} + \frac{2}{p^2}$$

$$u = \frac{4}{350}, v = 6, w = -\frac{4}{350} \text{ et } z = 2.$$

Question 14 :

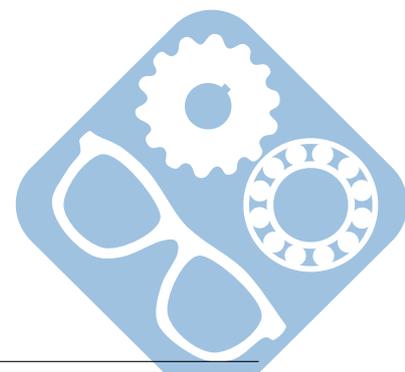
$$\text{On sait que : } L[f(t)] = L[t \cdot e^{-at}] = \frac{1}{(p+a)^2}$$

$$\frac{p}{(p+a)^2} = p \cdot \frac{1}{(p+a)^2} = L[f'(t)]$$

$$\text{Donc la transformée inverse est } \frac{d(t \cdot e^{-at})}{dt} = e^{-at} - t \cdot a \cdot e^{-at} = e^{-at} \cdot (1 - t \cdot a)$$

Question 15 :

$$\omega_m(t) = u \cdot (1 - t \cdot a) \cdot e^{-at} + v \cdot t \cdot e^{-at} - w + z \cdot t$$



Question 16 :

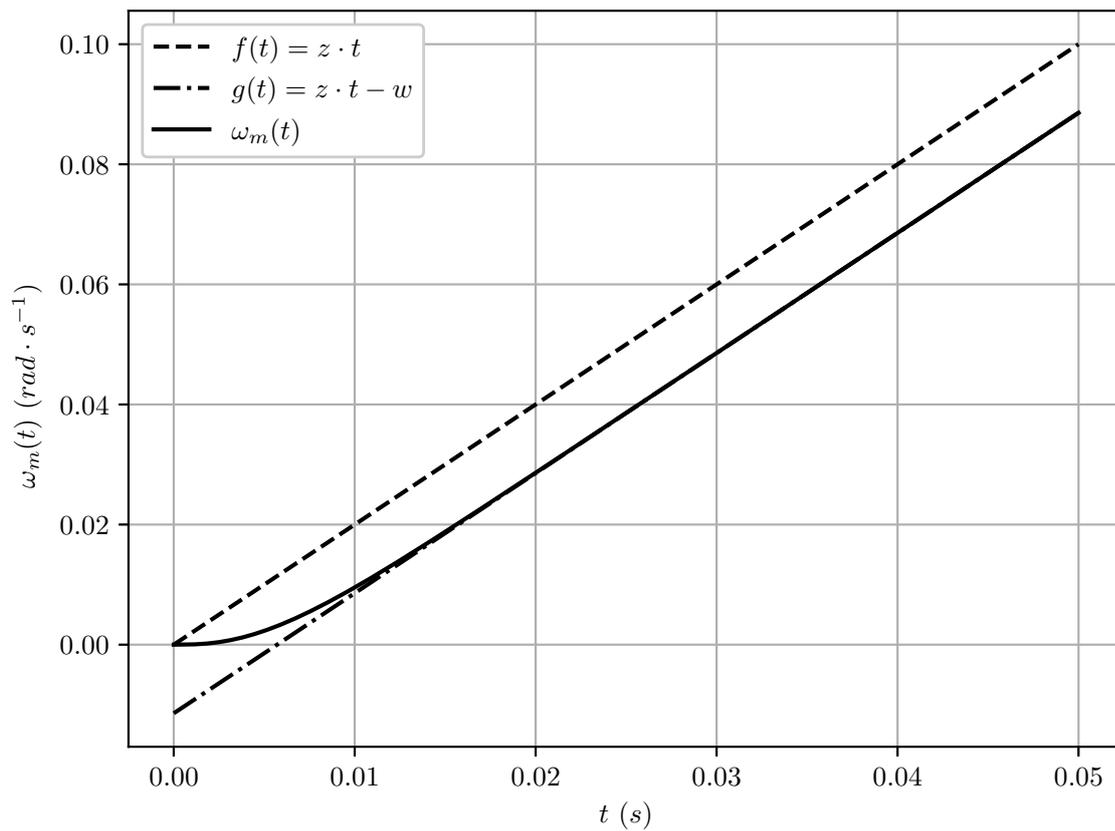
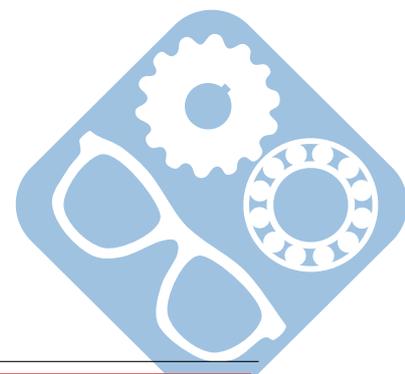


Figure 5 – Réponse temporelle

Question 17 :

 $w \approx -0.01$ et $z = 2$ 

Question 18 :

$$\delta t = 0.005 = 5ms.$$

Question 19 :

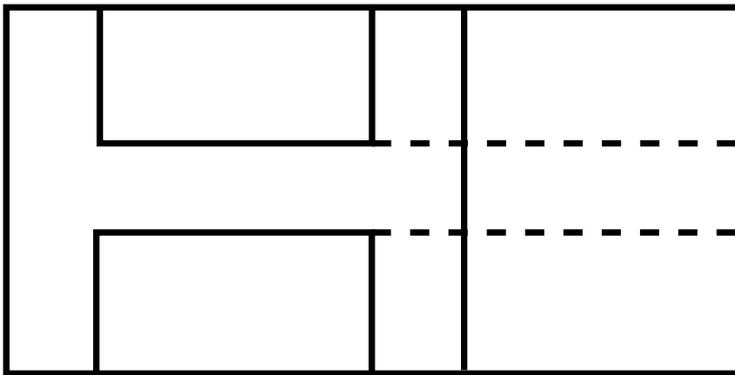
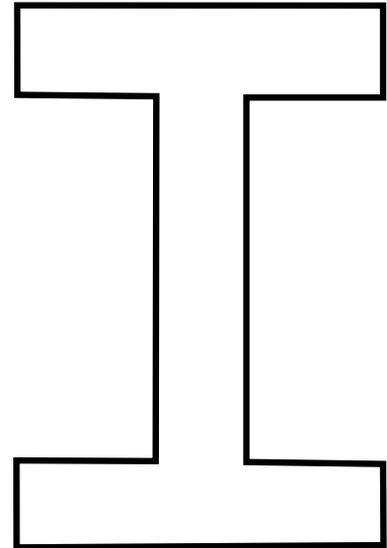
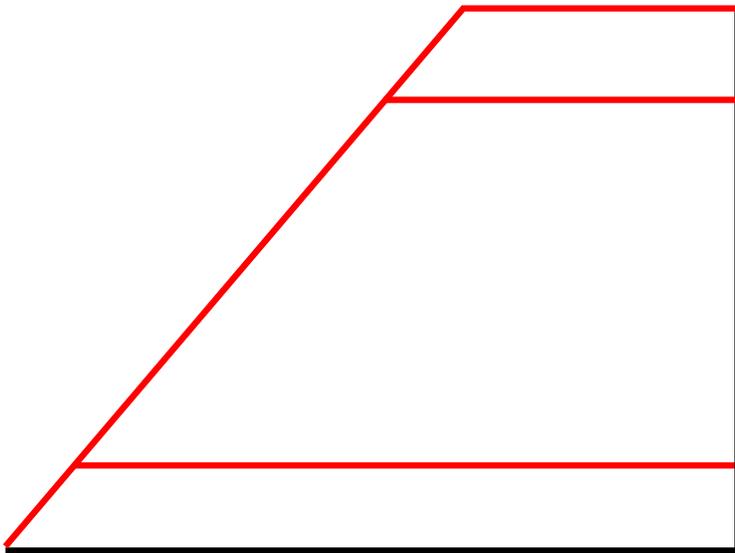


Figure 6 – Vue plane à compléter

