

DS 01- Balance de cuisine

PTSI

Samedi 21 septembre 2024

Table des matières

I Présentation

II Cahier des charges d'une balance

III Modélisation

2

2

2

Balance de cuisine

I Présentation

Une balance de cuisine est un accessoire indispensable afin de doser les ingrédients à mettre dans une recette.



FIGURE 1 – Balance de cuisine

II Cahier des charges d'une balance

Question 1 : Tracer le diagramme des cas d'utilisation de la balance de cuisine.

Question 2 : Tracer le diagramme de contexte de la balance de cuisine.

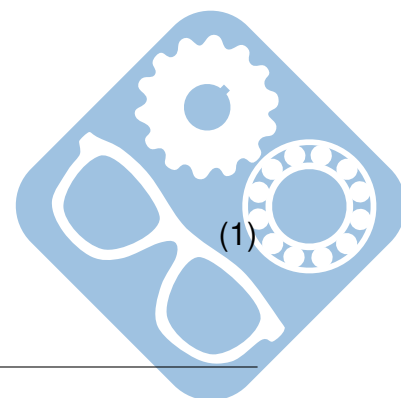
III Modélisation

On souhaite modéliser le comportement de la balance par un système :

- Masse,
- Ressort,
- Amortisseur.

L'équation qui régie le comportement de ce modèle est la suivante :

$$m_b \cdot \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -k \cdot x(t) - f \cdot \frac{dx(t)}{dt} + p(t) \quad (1)$$



Avec :

- $x(t)$: position de la balance,
- $p(t)$: poids de l'objet sur la balance.
- $k = 2000\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$: raideur du ressort,
- $f = 700\text{N} \cdot \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$: coefficient d'amortissement,
- $m_b = 1\text{kg}$: masse en mouvement (masse balance),
- $g = 10\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$: accélération de pesanteur.

Pour simplifier les calculs, on négligera la masse ($m(t)$ variable) de l'objet à peser par rapport à la masse du plateau et des pièces en mouvement. Ainsi, on aura :

$$p(t) = m(t) \cdot g \quad (2)$$

Les conditions initiales seront considérées nulles et on écrit $X(p)$ la transformée de Laplace de la fonction $x(t)$.

Question 3 : Écrire les équations (1) et (2) dans le domaine de Laplace.

Question 4 : Écrire une équation liant les variables $X(p)$ et $M(p)$ au reste des constantes du système.

Question 5 : Écrire la fonction de transfert $H(p) = \frac{X(p)}{M(p)}$ et la mettre sous la forme canonique.

Question 6 : Donner son gain, son ordre et sa classe. Et déterminer ses paramètres caractéristiques (K et τ) ou (K , ξ et ω_0).

Question 7 : Faire l'application numérique. Préciser l'unité de ces résultats.

Question 8 : D'après ces résultats, justifier le signe du discriminant Δ . Qu'en conclure sur les racines du polynôme ?

On montre que le polynôme du dénominateur peut s'écrire :

$$D(p) = 1 + 0,35 \cdot p + 5 \cdot 10^{-4} \cdot p^2$$

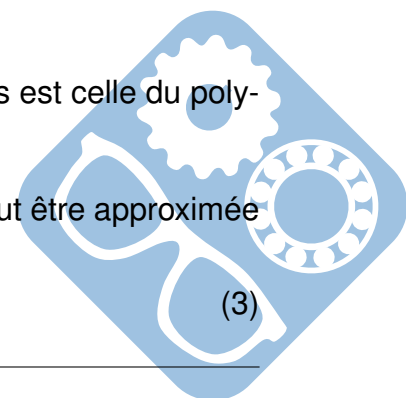
Les solutions de ce polynôme sont parmi les suivantes :

1. Solution 1 : $p_1 = -697.13$ et $p_2 = -2.868$
2. Solution 2 : $p_1 = 534.23$ et $p_2 = 0.32$
3. Solution 3 : $p_1 = -92.13$ et $p_2 = -123.35$
4. Solution 4 : $p_1 = -92.13 + 4.23i$ et $p_2 = -92.13 - 4.23i$

Question 9 : Déterminer en justifiant vos calculs laquelle des 4 solutions est celle du polynôme du dénominateur.

On montre que la fonction de transfert déterminée précédemment peut être approximée par la suivante :

$$H(p) = \frac{0,005}{1 + 0,3 \cdot p} \quad (3)$$



On pose une masse $M = 200\text{g}$ sur la balance, soit $M(p) = \frac{0.2}{p}$.

Question 10 : Déterminer $X(p)$ la réponse à cette sollicitation.

Question 11 : En déduire $x(t)$ la réponse temporelle à cette sollicitation.

Question 12 : Déterminer le temps de réponse à 5% de ce système, c'est à dire l'instant à partir duquel la sortie vaut 95% de sa valeur finale.

Question 13 : Le cahier des charges demande un temps de réponse pour la balance de 1,3s, celui-ci est-il validé sur cet aspect ?

Question 14 : Tracer la courbe de $x(t)$ sur le document réponse et compléter les valeurs sur les axes des abscisses et des ordonnées.

FIN

