

Ch4

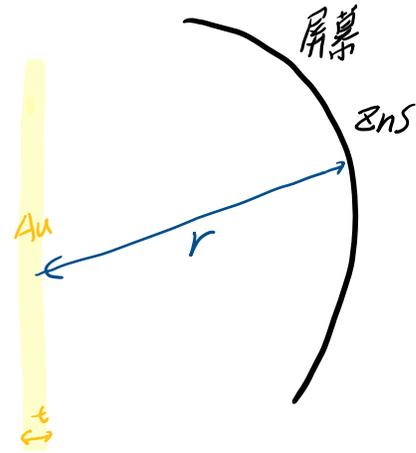
原子結構

4-1 the nuclear atom

拉塞福散射公式

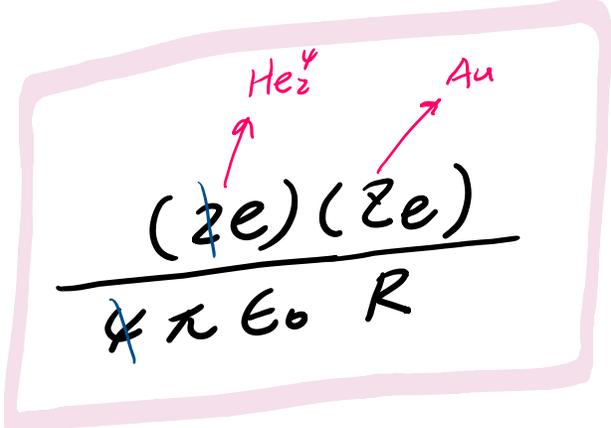
$$N(\theta) = \frac{N_i n t Z^2 e^4}{(8\pi\epsilon_0)^2 r^2 (KE)^2 \left(\sin^2 \frac{\theta}{2}\right)}$$

↑ N_i 所有到屏幕的 α
→ n 金箔单位体积原子数



原子核尺寸-最小距離

⇒ α 的 $KE_{initial}$ 全部轉 PE

$$KE_{initial} = PE = \frac{(ze)(ze)}{4\pi\epsilon_0 R}$$


$$\star R = \frac{2ze^2}{4\pi\epsilon_0 (KE)}$$

constant

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 = c^2$$

4-2 電子軌域

↓
for H 原子

電子速度

$$F_c = F_e$$

↓ ↓
向心力 庫倫力

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

∴

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}}$$

氫原子總能量

$$E = KE + PE$$

$$= \frac{1}{2} m V^2 \left(- \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right)$$

代入

電子速度 $V = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}}$

$$E = - \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

古典力學矛盾

牛頓力學 $m\frac{v^2}{r}$

+
庫倫定律 $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

v.s

電磁學理論：加速 e^- 以電磁波輻射
能量

α 粒子的德布羅伊物質波

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

$\hookrightarrow 2 \times 10^7 \text{ m/s}$

$$= \frac{6.63 \times 10^{-34}}{(6.6 \times 10^{-27} \text{ kg}) (2 \times 10^7 \text{ m/s})}$$

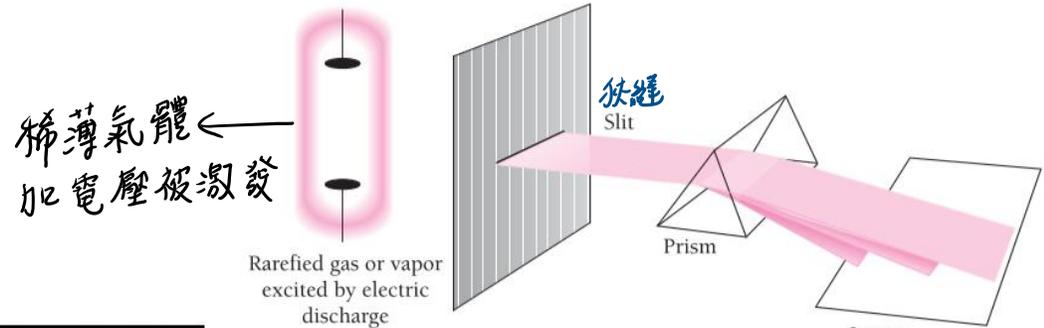
$$= 5 \times 10^{-15}$$

差 6 倍 $\therefore \alpha$ 可視為經典粒子
V.S α 撞金箔的最近距離
 $3 \times 10^{-14} \text{ m}$

4-3 Atomic spectra

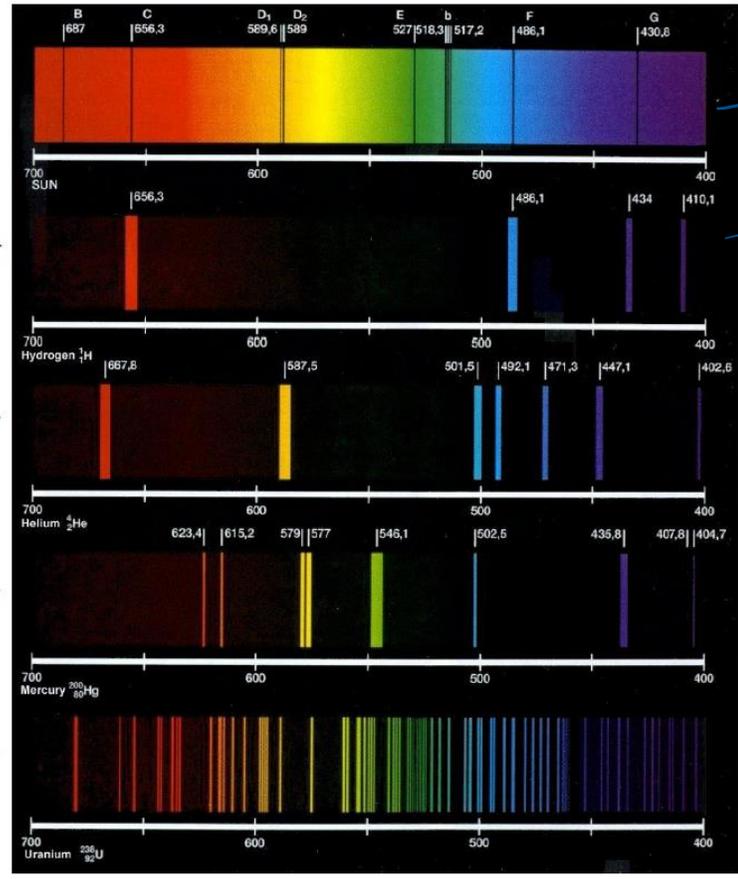
原子理論 { 原子穩定性
線光譜

光譜



暗線

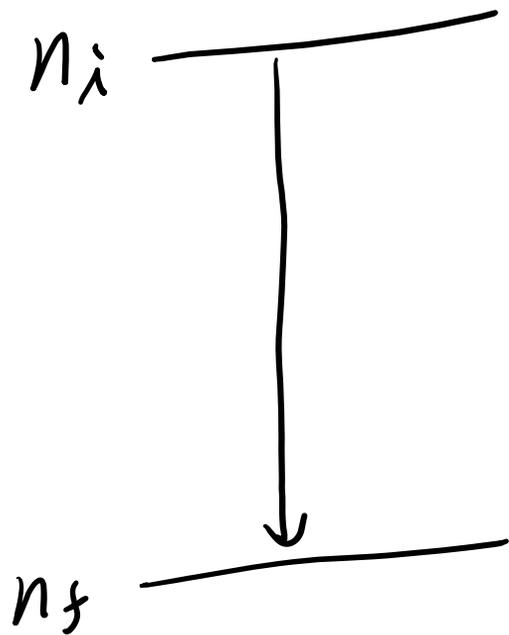
明線



吸收光譜，白光穿過氣體吸收
某些波段

輻射光譜

光譜系



$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

↓

$$R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

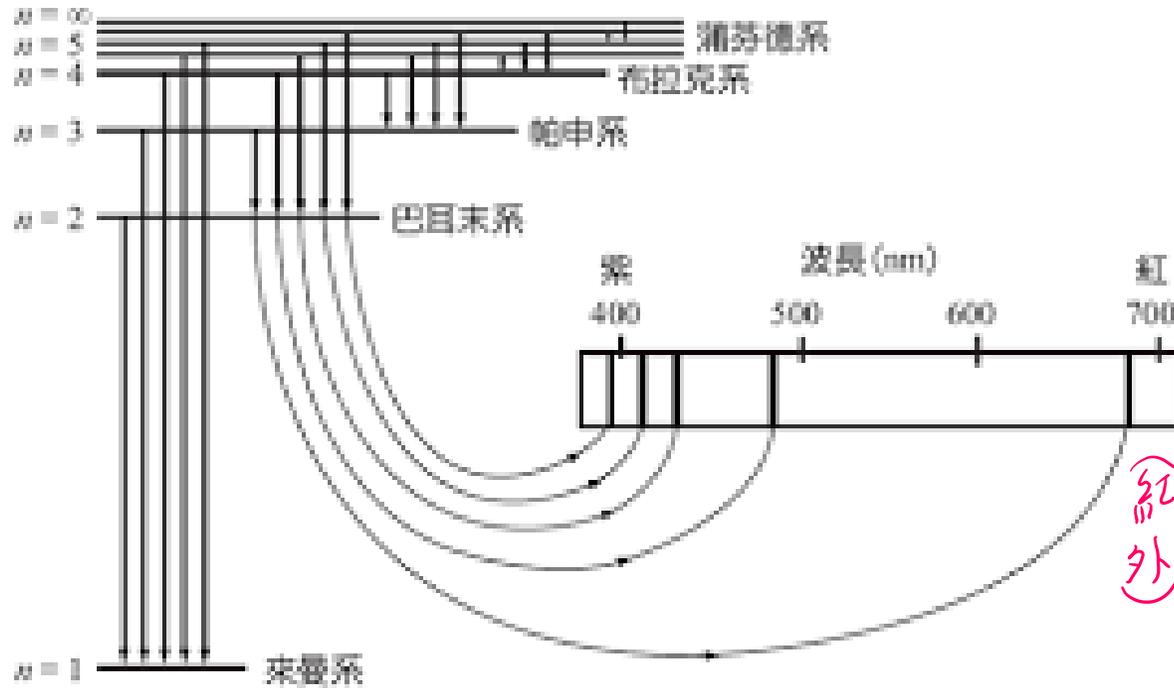
雷得堡常數

$$R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$$= 0.01097 \text{ nm}^{-1}$$

光譜系

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$



▲圖 8-14 氫原子的能階及電子躍遷時產生的光譜及代表波長

(紫外) 萊曼：跳回 $n=1$

(可見) 巴耳末：跳回 $n=2$

帕申：跳回 $n=3$

布拉克：跳回 $n=4$

紅外

4-4 波耳原子

- 原子中的 e^- 波動

電子的de Broglie 波長

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v} = \frac{h}{e} \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 r}{m}} = 33 \times 10^{-11} \text{m}$$
$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}}$$

constant

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N.m}^2$$

波長 = 電子軌道周長

$$2\pi r = 33 \times 10^{-11} \text{ m}$$

一個電子只能在波長為電子的德布羅伊
物質波長整數倍的軌道上繞行原子核

穩定軌道條件

$$n\lambda = 2\pi r_n$$

代 λ

$$\lambda = \frac{nh}{e} \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 r_n}{m}}$$

$$\Rightarrow r_n = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2}$$

波耳原子的半徑軌道

$$r_n = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2} \quad n = 1, 2, 3$$

波耳半徑(最內層)

$$a_0 = r_1 = 5.292 \times 10^{-11} \text{ m}$$

其他軌道半徑

$$r_n = n^2 a_0$$

4-5 能階和光譜

當電子由一個能階躍遷到另一個較低能量的能階時會釋放光子

能階

$$E_n = - \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_n} \rightarrow r_n = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2}$$

$$E_n = \frac{-me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n^2} \right) = \frac{E_1}{n^2}$$

$$E_1 = -13.6 \text{ eV}$$

游離能(ionization energy)

將電子的能量從基態增加到 $E=0$
自由狀態

能量變化公式

$$\Delta E = E_f - E_i = -13.6 \text{ eV} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

雷德堡原子

$$(1) r_n = n^2 a_0 \Rightarrow n = \sqrt{\frac{r_n}{a_0}}$$

$$(2) \text{能量} \quad E_n = \frac{E_1}{n^2}$$

氫原子光譜

高能階 \nearrow 低能階

$$E_i - E_f = h\nu$$

$$c = \nu\lambda$$

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h} = -\frac{E_1}{h} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad \text{同除 } c \therefore \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{-E_1}{ch} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$\overset{-13.6}{\text{R}}$

光譜系中最長波長

4-6 Correspondence principle

量子數越大時,量子物理越接近古典物理

運轉頻率

$$f = \frac{v}{2\pi r_n} \rightarrow v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}}$$
$$\rightarrow r_n = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2}$$

$$\Rightarrow f = \frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{2}{n^3} \right) = \frac{-E_1}{h} \left(\frac{2}{n^2} \right)$$

光子頻率

$$\nu = \frac{-E_1}{h} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

電子運轉圈數

$$N = f \Delta t$$

量子數大的光子頻率

$$\begin{cases} n_i = n \\ n_f = n - p \quad (p = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} n &= h \\ n &= n - p \end{aligned} \quad \underline{\underline{\quad}}$$

$$\nu = \frac{-E_1}{h} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$= \frac{-E_1}{h} \left(\frac{1}{(n-p)^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \frac{-E_1}{h} \left(\frac{\cancel{n^2} - \cancel{n^2} + 2np - p^2}{\underbrace{(n-p)^2}_{p \ll n} \underbrace{n^2}_{=n^4}} \right)$$

p << n (with arrow pointing to the denominator)

$$n=1 \quad \underline{\quad}$$

$$\nu = \frac{-E_1}{h} \left(\frac{2np}{n^4} \right) = \frac{-E_1}{h} \left(\frac{2p}{n^3} \right)$$

穩定軌道條件-角動量

$$mvr = \frac{nh}{2\pi}$$

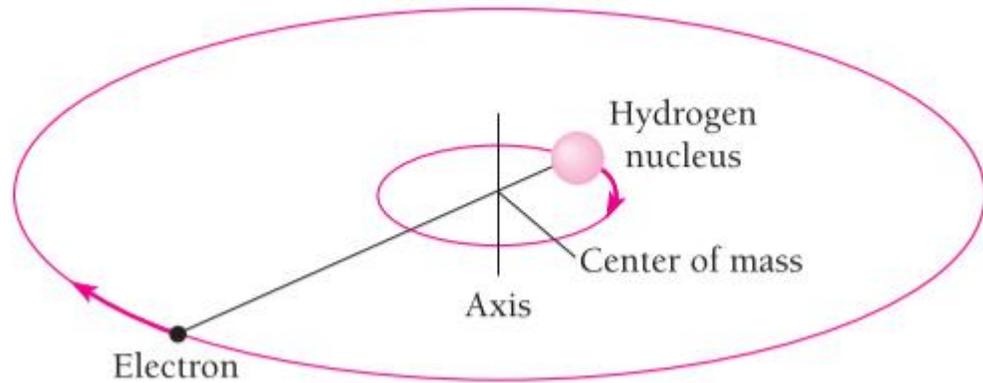
$$\therefore n\lambda = 2\pi r$$
$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad \uparrow \quad 2\pi\lambda$$

$$n \frac{h}{mv} = 2\pi r$$
$$\Rightarrow mvr = \frac{nh}{2\pi}$$

4-7 原子核運動

原子核質量影響光譜線波長

減縮質量



電子縮質量

$$m' = \frac{mM}{m+M}$$

$$m' < m$$

氫原子修正後的能階

$$E_n' = -\frac{m'e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n^2}\right) = \left(\frac{m'}{m}\right) \left(\frac{E_1}{n^2}\right)$$

正電子原子 = 正電子 + 電子互繞

相同 m

(positronium atom)

(positron)

$$m' = \frac{m^2}{2m} = \frac{m}{2}$$

$$E_n' = \left(\frac{m'}{m}\right) \left(\frac{E_1}{n^2}\right) = \left(\frac{\frac{m}{2}}{m}\right) \left(\frac{E_1}{n^2}\right) = \frac{E_1}{2n^2}$$

能量變一半
波長變兩倍。

4.8 原子激發

原子如何吸收和釋放能量

基態到激發態

- 方法①：用其它粒子碰撞，原子吸收部分動能
激發 \Rightarrow (回基態 $10^{-8}s$)
- 方法②：原子吸收到剛好可以激發的光子能量
 \downarrow
吸收光譜 proof



+

Photon of wavelength λ



Spectrum

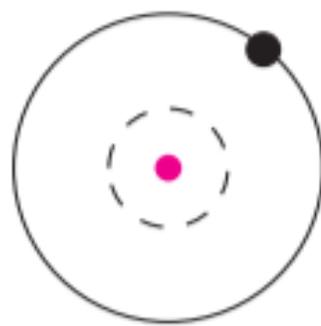
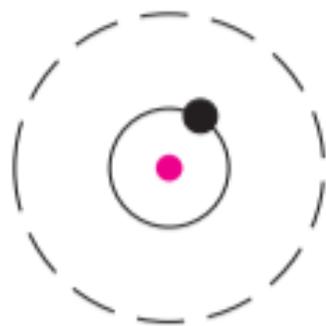


Origin of emission spectra
輻射光譜

Photon of wavelength λ



+



Spectrum



Origin of absorption spectra
吸收光譜

4-9 雷射

如何產生完全一致的光波

雷射特性

1. 單色光

2. 同調性 = 同相位

3. 不會散開

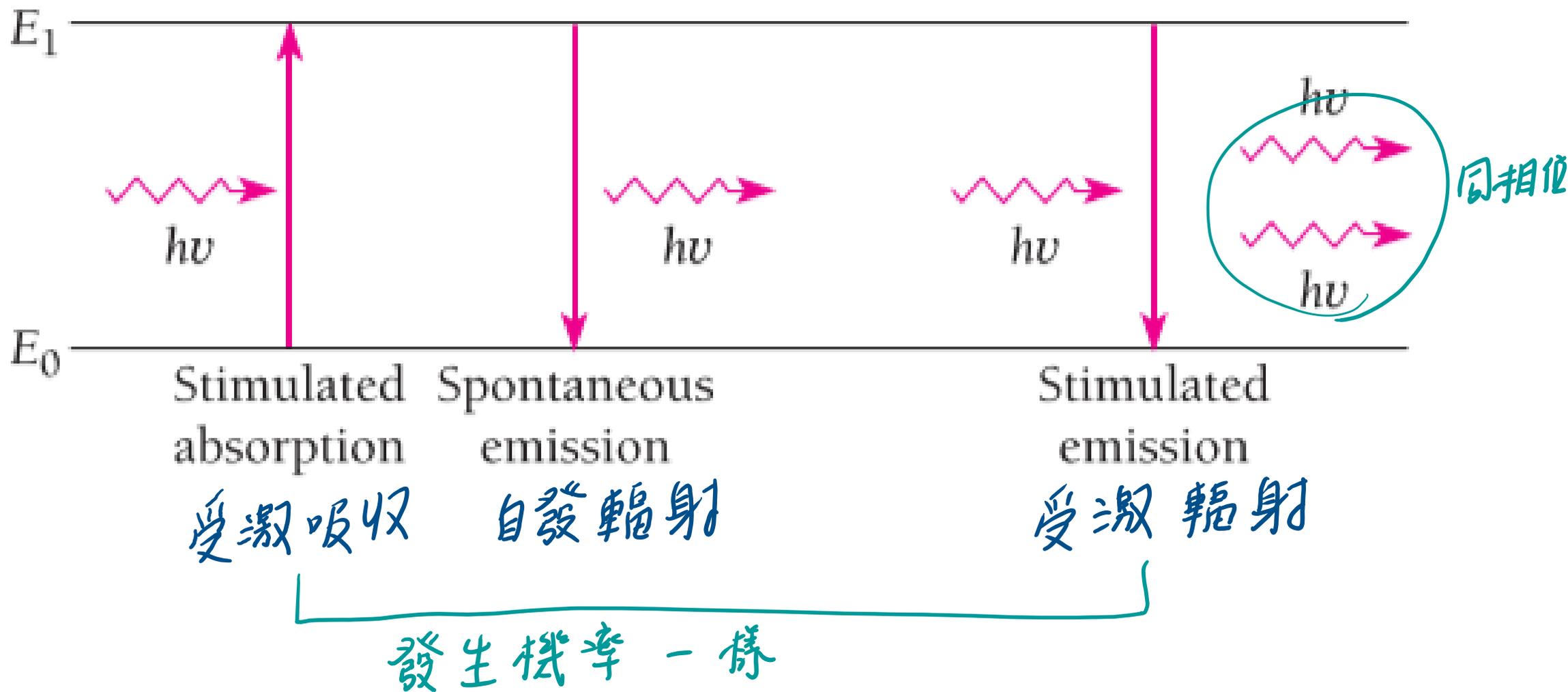
4. 能量密度大(能量強)

雷射laser:受激輻射光放大效應

light amplification by stimulated emission
of radiation

Life time 長的亞穩態metastable

↓
 10^{-3} s



Three level laser

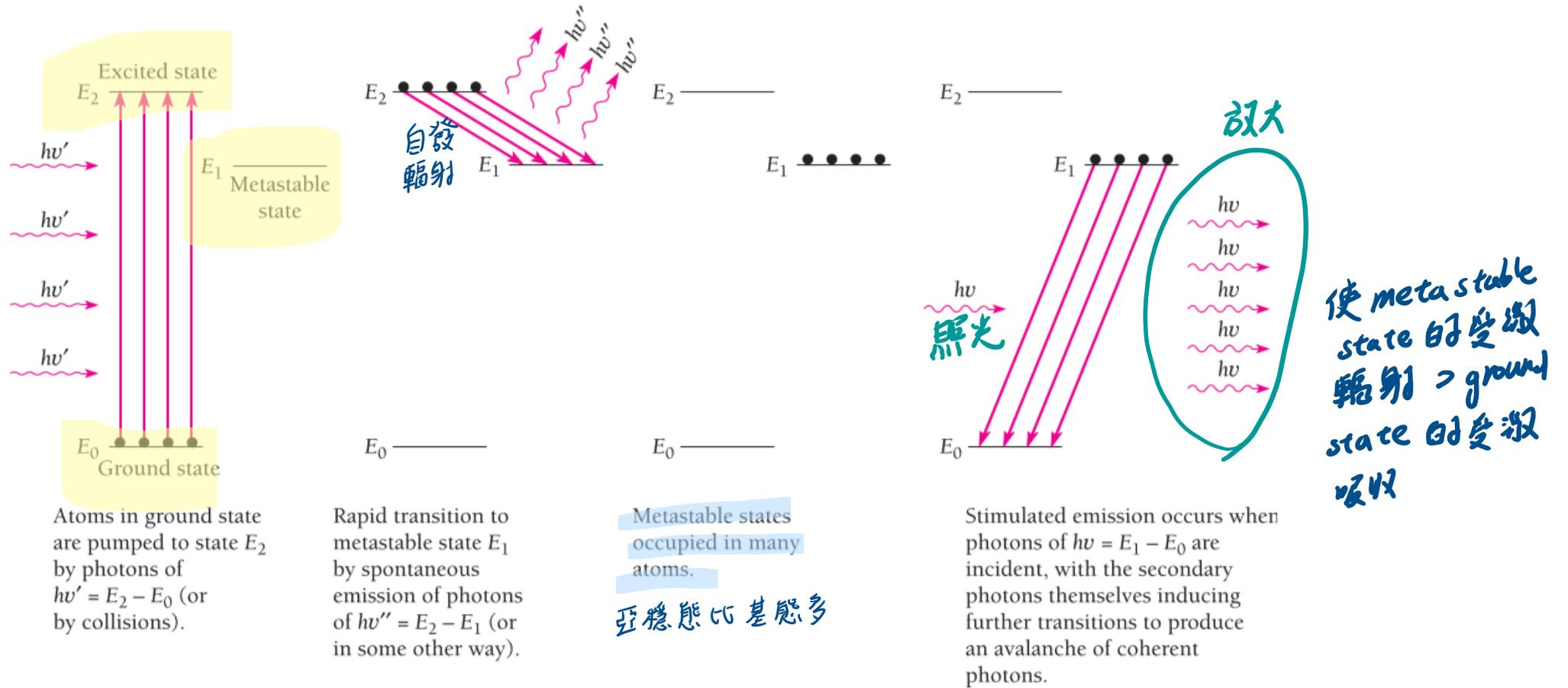


Figure 4.26 The principle of the laser.

居量反轉(population inversion):一群大多處於基態以上的原子,可是在一般情況下在基態原子應該比較多

利用光激發(optical pumping)可以達到居量反轉



利用一外加光源其頻率能使基態的原子成為激發態,然後再自發輻射到亞穩態

四能階雷射:半數以上的原子要待在亞穩態,到亞穩態之後,會再一個不穩定的中間態,中間態的原子會很快落回基態,因此只有很少原子會待在中間態,所以不需要很強的外加光源

