7hojas

ÁLGEBRA II-ÁLGEBRA — EXAMEN FINAL 30/06/2017

NOMBRE Y APELLIDO: Juliana Marquez
CARRERA: Lic. en Matematica
CONDICIÓN (R o L): Libre

Para aprobar el examen, deben aprobarse las partes PRÁCTICA y TEÓRICA* **por separado. *Para ello cada parte debe estar correctamente resuelta en un 45%.*
Quienes hayan regularizado la materia durante el primer cuatrimestre de 2017 tendrán un puntaje* **extra *de acuerdo a la notas de los parciales.*
Los alumnos en* **Condición Regular *no deben resolver el ítem (b) del Ejercicio 1: el puntaje del mismo se les sumará automáticamente por revestir esta condición.*

Justificar todas las respuestas. No está permitido el uso de calculadoras o dispositivos electrónicos.

Parte Práctica

Ejercicio 1. (a) *(10 pts.)* Describir paramétricamente el conjunto solución del sistema

$$\begin{cases} x+y+z+w=0 \\ 3x+3y-2z+3w=0 \\ y-z=0 \\ 2x-y+2w=0 \end{cases}$$

(b) *(3 pts.)* **(solo alumnos libres)** Sea A la matriz asociada al sistema anterior. Dar una matriz escalón reducida por filas equivalente a A.

Ejercicio 2. (a) *(7 pts.)* Dar la ecuación normal al plano que contiene al vector $v=(1,1,1)$ y pasa por los puntos $p=(0,0,0)$ y $q=(0,1,1)$.

(b) *(4 pts.)* Dar la fórmula de la reflexión S_L en el plano con respecto a la recta $L=\{(x,y): x+3y=0\}$.

Ejercicio 3. Sean V_1 y V_2 los siguientes subespacios de $\mathbb{R}^4$:

$$V_1=\langle(1,1,0,1),(0,1,1,0),(1,0,-1,1)\rangle,$$
$$V_2=\{(x,y,z,w)\in\mathbb{R}^4 : y=z, x+w=0\}.$$

(a) *(6 pts.)* Dar una base de V_1 y V_2.

(b) *(6 pts.)* Describir $V_1\cap V_2$ implícitamente.

(c) *(2 pts.)* Calcular la dimensión de V_1+V_2.

Ejercicio 4. Sean P^3, P^4 los conjuntos de polinomios $p(x)$ de grado menor a 3 y 4 respectivamente y sea $T: P^3\to P^4$ la función:

$$T(p(x))=(x+1)p(x-1).$$

(a) *(5 pts.)* Mostrar que T es una transformación lineal.

(b) *(7 pts.)* Dar una base de la imagen y calcular la dimensión del núcleo.

Ejercicio 5. (a) *(9 pts.)* Definir una transformación lineal suryectiva $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2$ tal que

$$T(1,0,0,1) = (1,0) \quad \text{y} \quad (1,1,1,1) \in \operatorname{Nu} T.$$

(b) *(4 pts.)* Dar la matriz de T en las bases canónicas de $\mathbb{R}^4$ y $\mathbb{R}^2$.

Ejercicio 6. Sea $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

(a) *(4 pts.)* Calcular el determinante de A.

(b) *(5 pts.)* Calcular la inversa de A.

(c) *(3 pts.)* Calcular el polinomio característico de A.

Parte Teórica

Ejercicio 7. *(10 pts.)* Sea $T \in L(V, W)$ y sean B, B' bases de V y W respectivamente. Enuncie el teorema que define y caracteriza a la matriz $A = [T]_{B'}^{B}$ asociada a T.

Ejercicio 8. *(10 pts.)* Demuestre que si V es un $\mathbb{R}$-espacio vectorial de dimensión n entonces V es isomorfo a $\mathbb{R}^n$.

Ejercicio 9. *(5 pts.)* Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar o dar un contraejemplo según el caso.

(a) $T : V \to W$ es inyectiva si y solo si 0 no es autovalor.

(b) Sean A, B matrices $n \times n$ tales que $AB = BA$ y $A^2 = B^2$. Entonces $A = \pm B$.

(c) Existen 3 vectores en $\mathbb{R}^3$ que son linealmente dependientes, y tales que dos cualesquiera de ellos son linealmente independientes.

Ejercicio	1	2	3	4	5	6	Total
Puntaje							

Ejercicio	7	8	9	Total
Puntaje				

Extra

Total