NOMBRE Y APELLIDO:
CARRERA:
CONDICIÓN (R o L):

*****_Para aprobar el examen, debe estar correctamente resuelto en un 50%, lo que equivale a 50 puntos._

*****_Quienes hayan regularizado la materia durante el segundo cuatrimestre de 2017 tendrán un puntaje_ **extra** _de acuerdo a la notas de los parciales._

*****_Los alumnos en_ **Condición Regular** _no deben resolver el ítem (b) del Ejercicio 1: el puntaje del mismo se les sumará automáticamente por revestir esta condición._

Justificar todas las respuestas. No está permitido el uso de calculadoras o dispositivos electrónicos.

Ejercicio 1. (a) *(10 pts.)* Describir de manera paramétrica el conjunto solución del sistema homogéneo:

$$\begin{cases} x - 3y + 5z = 0 \\ 2x - 3y + z = 0 \\ -y + 3z = 0 \end{cases}$$

(b) *(5 pts.)* (**solo alumnos libres**) Indicar cuál es la MERF asociada al sistema anterior.

Ejercicio 2. *(10 pts.)* Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ la matriz

(a) Calcular el determinante de A.

(b) Calcular la inversa de A.

Ejercicio 3. *(15 pts.)* Sea W el subespacio de $\mathbb{R}^4$ generado por los vectores

$$(1, 1, 0, 0), (-1, 1, -1, 0), (0, 2, -1, 0), (-1, 3, -2, 0).$$

- Describir W implícitamente.
- Dar una base de W y completarla a una base de $\mathbb{R}^4$.

Ejercicio 4. *(15 pts.)* Definir una transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{P}^4$ que satisfaga

$$T(1, -1, 0) = 0, \quad T(0, 1, -1) = x^2$$

(a) Dar la matriz de T en las bases canónicas $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ y $\{1, x, x^2, x^3\}$. ($\mathbb{P}^4$ = polinomios de grado < 4).

(b) Dar una base de la imagen e indicar la dimensión del núcleo.

Ejercicio 5. *(15 pts.)* Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(a) Calcular los autovalores de A.

(b) Decidir si A es diagonalizable.

Ejercicio 6. *(15 pts.)*

(a) Sea S un conjunto LI en un espacio vectorial V. Mostrar que S es una base o existe un vector $v \in V$ tal que $S \cup \{v\}$ es LI.

(b) Sea $T : V \to W$ un isomorfismo. Probar que la inversa de T es lineal y es un isomorfismo.

Ejercicio 7. *(15 pts.)* Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar o dar un contraejemplo según el caso.

(a) Sea A una matriz $n \times n$ invertible, I la matriz identidad.
Entonces $A + I$ es invertible o $A - I$ es invertible.

(b) Sea V un espacio vectorial y $U \subset V$ un subespacio.
Entonces $W = \{v \in V : v \notin U\} \cup \{0\}$ es un subespacio de V.

(c) Sean $T, S : V \to V$ dos transformaciones lineales. Si c es un autovalor de T y d es un autovalor de S, entonces $c + d$ es un autovalor de $T + S$.

Ejercicio	1	2	3	4	5	6	7
Puntaje							

P. Extra

Total