NOMBRE Y APELLIDO:
CARRERA:
CONDICIÓN (R o L):

*****_Para aprobar el examen, debe estar correctamente resuelto en un 50%, lo que equivale a 50 puntos._

*****_Quienes hayan regularizado la materia durante el segundo cuatrimestre de 2017 tendrán un puntaje_ **extra** _de acuerdo a la notas de los parciales._

*****_Los alumnos en_ **Condición Regular** _no deben resolver el ítem (b) del Ejercicio 1: el puntaje del mismo se les sumará automáticamente por revestir esta condición._

Justificar todas las respuestas. No está permitido el uso de calculadoras o dispositivos electrónicos.

Ejercicio 1. (a) *(10 pts.)* Describir explícitamente todas las soluciones del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y-z=0 \\ 4x-y+5z=0 \\ 6x+y+3z=0 \end{cases}$$

Mostrar todos los pasos intermedios realizados para hallar la solución.

(b) *(5 pts.)* (**solo alumnos libres**) Indicar cuál es la MERF asociada al sistema anterior.

Ejercicio 2. *(10 pts.)* Calcular la inversa de la matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -2 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ -2 & 5 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 3. *(15 pts.)* Dados los siguientes vectores de $\mathbb{R}^4$

$$v_1=(1,1,0,0) \quad v_2=(0,0,1,1) \quad v_3=(1,0,0,4) \quad v_4=(0,0,0,2).$$

(a) Demostrar que $\mathcal{B}=\{v_1,v_2,v_3,v_4\}$ es una base de $\mathbb{R}^4$.

(b) Hallar las coordenadas de los vectores de la base canónica respecto de $\mathcal{B}$.

(c) Hallar las matrices de cambio de base de la base canónica a $\mathcal{B}$.

Ejercicio 4. *(25 pts.)* Sea $T:\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, la transformación lineal definida

$$T(x,y,z)=(8x+3y-4z, 4x+9y-2z, 4x+4y-2z).$$

(a) Dar una base del núcleo y la imagen de T.

(b) Dar la matriz de T en la base canónica.

(c) Dar la matriz de T en la base $\mathcal{B} = \{(1,0,0),(1,1,0),(1,1,1)\}$.

(d) Calcular los autovalores de T

(e) Decidir si T es diagonalizable.

Ejercicio 5. *(15 pts.)*

(a) Sea $f : V \to W$ una transformación lineal inyectiva de espacios vectoriales. Supongamos que $f(v_1) = w_1, \dots, f(v_n) = w_n$, para vectores $v_1, \dots, v_n$ de V y $w_1, \dots, w_n$ de W. Probar que si $w_1, \dots, w_n$ es un conjunto linealmente dependiente entonces $v_1, \dots, v_n$ es linealmente dependiente.

(b) Sea $T : V \to W$ una transformación lineal entre espacios vectoriales y sea λ una constante. Sean $\mathcal{B}$ y $\mathcal{B}'$ bases de V y W respectivamente. Probar que

$$\left[\lambda T\right]_{\mathcal{B}\mathcal{B}''} = \lambda \left[T\right]_{\mathcal{B}\mathcal{B}'}$$

Ejercicio 6. *(15 pts.)*

Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar la respuesta con una demostración o contraejemplo, según corresponda.

(a) Sea $T : V \to W$ una transformación lineal, entonces $\mathrm{Nu}(T) + \mathrm{Im}(T) = V$.

(b) Si V espacio vectorial y W_1, W_2 subespacios vectoriales de V, entonces $W_1 \cap W_2$ es subespacio vectorial de V.

(c) Sea A una matriz 2×2, entonces $\det(3A) = 9\det(A)$.

Ejercicio	1	2	3	4	5	6	7
Puntaje							

P. Extra

Total