

**NOMBRE Y APELLIDO:**

**CARRERA:**

**CONDICIÓN (R o L):**

*\*Para aprobar el examen, debe estar correctamente resuelto en un 50%, lo que equivale a 50 puntos.*

*\*Quienes hayan regularizado la materia durante el segundo cuatrimestre de 2017 tendrán un puntaje **extra** de acuerdo a la notas de los parciales.*

*\*Los alumnos en **Condición Regular** no deben resolver el ítem (b) del Ejercicio 1: el puntaje del mismo se les sumará automáticamente por revestir esta condición.*

**Justificar todas las respuestas.** No está permitido el uso de calculadoras o dispositivos electrónicos.

Ejercicio 1. (a) (10 pts.) Describir explícitamente todas las soluciones del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y - z + 2w = 0 \\ 2x + y + z + w = 0 \\ 3x + 2y + 3w = 0 \\ x - y + z + 2w = 0 \end{cases}$$

Mostrar todos los pasos intermedios realizados para hallar la solución.

(b) (5 pts.) (solo alumnos libres) Indicar cuál es la MERF asociada al sistema anterior.

Ejercicio 2. (10 pts.) Calcular la inversa de la matriz

$$\begin{bmatrix} -3 & 8 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & -2 & -2 \\ 2 & -4 & -3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 3. (15 pts.) Sea  $V = \mathbb{R}^6$  y sean  $W_1$  y  $W_2$  los siguientes subespacios de  $V$ :

$$W_1 = \{(u, v, w, x, y, z) : u + v + w = 0, x + y + z = 0\};$$

$$W_2 = \langle (1, -1, 1, -1, 1, -1), (1, 2, 3, 4, 5, 6), (1, 0, -1, -1, 0, 1), (2, 1, 0, 0, 0, 0) \rangle.$$

(a) Determinar un conjunto de generadores de  $W_1 \cap W_2$ .

(b) Determinar un conjunto de generadores de  $W_1 + W_2$ .

Ejercicio 4. (25 pts.) Sea  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , la transformación lineal definida

$$T(x, y, z) = (6x - y + 8z, 4x - y - 2z, -4x - 4y + 12z).$$

(a) Dar una base del núcleo y la imagen de  $T$ .

- (b) Dar la matriz de  $T$  en la base canónica.
- (c) Dar la matriz de  $T$  en la base  $\mathcal{B} = \{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$ .
- (d) Calcular los autovalores de  $T$
- (e) Decidir si  $T$  es diagonalizable.

Ejercicio 5. (15 pts.)

- (a) Sea  $T : V \rightarrow W$  una transformación lineal entre dos espacios vectoriales. Supongamos que  $T(v_1) = w_1, \dots, T(v_n) = w_n$ , para vectores  $v_1, \dots, v_n$  de  $V$  y  $w_1, \dots, w_n$  de  $W$ . Si  $w_1, \dots, w_n$  es un conjunto linealmente independiente, entonces  $v_1, \dots, v_n$  linealmente independiente.
- (b) Sean  $T : V \rightarrow W$  y  $S : V \rightarrow W$  dos transformaciones lineales entre espacios vectoriales. Sean  $\mathcal{B}$  y  $\mathcal{B}'$  bases de  $V$  y  $W$ . Probar que

$$[S + T]_{\mathcal{B}\mathcal{B}'} = [S]_{\mathcal{B}\mathcal{B}'} + [T]_{\mathcal{B}\mathcal{B}'}$$

Ejercicio 6. (15 pts.) Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar la respuesta con una demostración o contraejemplo, según corresponda.

- (a) Si  $A, B$  matrices  $n \times n$  y  $AB$  es inversible, entonces  $A$  y  $B$  son inversibles.
- (b) Si  $V$  espacio vectorial y  $W_1, W_2$  subespacios vectoriales de  $V$ , entonces  $W_1 \cup W_2$  es subespacio vectorial de  $V$ .
- (c)  $\det \begin{bmatrix} a + a' & b \\ c + c' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & b \\ c' & d \end{bmatrix}$ .

Ejercicio	1	2	3	4	5	6	7
Puntaje							

<b>P. Extra</b>

<b>Total</b>