

(1) (a) Calcular la dimensión del subespacio vectorial de K^4

$$W = \{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \in K^4 \mid x_1 = 3x_2 \text{ y } x_3 = x_4 \}$$

(b) Definir una transformación lineal $T: K^4 \rightarrow K^2$ tal que $\text{Nu}(T) = W$

2

(2) Dar una matriz $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ tal que $(1, 2)$ es autovector de A con autovvalor 1 y $(2, -2)$ es autovector de A con autovvalor 2.

3) Sea $T: \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}_3[x]$ la transformación lineal definida por

$$T\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ax^2 + (b+cx) + d$$

Considere las siguientes bases de $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ y $\mathbb{R}_3[x]$

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ y } B' = \{x^2 + 1, x + 1, 1\}$$

a) Calcular la matriz $[T]_{B B'}$

b) Decidir si T es monomorfismo y/o epimorfismo. Justificar

4) a) Probar que el conjunto $P = \{(x+y+z) \in \mathbb{R}^3 \mid x+y+z=0\} \subset \mathbb{R}^3$ es un subespacio de \mathbb{R}^3 .

b) Encontrar una base ortogonal de P .

5) Dar la definición de Base de un espacio vectorial V

(b) Sea V un espacio vectorial y S un subconjunto linealmente independiente. Probar que si $w \notin \langle S \rangle$, entonces $S \cup \{w\}$ es también linealmente independiente.

6) Enunciar y demostrar el resultado que da una fórmula para el determinante de una matriz triang. Superior.