

1	2	3 a,b	3 c,d	TOTAL	NOTA

ALGEBRA y ALGEBRA II - PARCIAL 1 (05/10/2005)

(1) En el siguiente ejercicio marcar claramente las respuestas en esta hoja. No es necesario justificar lo marcado.

$$\text{Sean } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2+i & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & 2 & b \\ 2 & 1 & c \end{pmatrix}.$$

(a) La matriz reducida por filas equivalente a A es

$$(i) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{21}{20} - \frac{3}{20}i \\ 0 & 1 & 0 & \frac{21}{20} + \frac{3}{20}i \\ 0 & 0 & 1 & \frac{9}{10} - \frac{3}{10}i \end{pmatrix}, \quad (ii) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{21}{20} + \frac{3}{20}i \\ 0 & 0 & 1 & \frac{9}{10} - \frac{3}{10}i \end{pmatrix}, \quad (iii) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{3}{20} - \frac{21}{20}i \\ 0 & 1 & 0 & \frac{21}{20} + \frac{3}{20}i \\ 0 & 0 & 1 & \frac{9}{10} - \frac{3}{10}i \end{pmatrix}.$$

(b) ¿Cuál de las siguientes matrices es equivalente por filas a B ?

$$(i) \begin{pmatrix} 1 & 0 & a+b \\ 0 & 1 & b-a \\ 0 & 0 & c-3a+b \end{pmatrix}, \quad (ii) \begin{pmatrix} 1 & 0 & a-2b \\ 0 & 1 & b-a \\ 0 & 0 & c-3a+b \end{pmatrix}, \quad (iii) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2a-b \\ 0 & 1 & b-a \\ 0 & 0 & c-3a+b \end{pmatrix}.$$

(c) Indique cuáles de las siguientes afirmaciones es correcta.

- (i) Si A es la matriz ampliada de un sistema de 3 ecuaciones y 3 incógnitas entonces el sistema tiene única solución.
- (ii) Si A es la matriz de un sistema homogéneo de 3 ecuaciones y 4 incógnitas entonces el sistema tiene infinitas soluciones.
- (iii) Si B es la matriz ampliada de un sistema de 3 ecuaciones y 2 incógnitas y además $c-3a+b=0$, entonces el sistema no tiene soluciones.
- (iv) Si B es la matriz ampliada de un sistema de 3 ecuaciones y 2 incógnitas y además $c-3a+b=0$, entonces el sistema tiene única solución.
- (v) Si B es la matriz de un sistema homogéneo de 3 ecuaciones y 3 incógnitas y además $c-3a+b=0$, entonces el sistema tiene única solución.
- (vi) Si B es la matriz de un sistema homogéneo de 3 ecuaciones y 3 incógnitas y además $c-3a+b=0$, entonces el sistema tiene infinitas soluciones.

(2) Sean Π_0 y Π_1 los planos

$$\Pi_0 = \{(x, y, z) : (x, y, z) = t(0, -2, -1) + s(2, 2, 0) + (1, 1, -1)\}, \quad \Pi_1 = \{(x, y, z) : 4x + 6y - 2z = 3\}.$$

- (a) Dar la ecuación general de Π_0 y la ecuación paramétrica de Π_1 .
- (b) Dar la ecuación general de un plano Π_2 que sea paralelo a Π_1 y que pase por el origen $(0, 0, 0)$.
- (c) Dar las ecuaciones paramétricas de las rectas $R_1 = \Pi_0 \cap \Pi_1$ y $R_2 = \Pi_0 \cap \Pi_2$.
- (d) Calcule la distancia entre Π_1 y Π_2 y la distancia entre R_1 y R_2 .

(3) Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar sus respuestas.

- (a) Si A es una matriz 2×1 y B es 1×2 entonces AB no es invertible.
- (b) Si A y B son matrices $n \times n$ invertibles entonces $A+B$ es invertible.
- (c) La siguiente matriz es invertible.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & 100 \\ 2 & 3 & 4 & \dots & 101 \\ 3 & 4 & 5 & \dots & 102 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 100 & 101 & 102 & \dots & 199 \end{pmatrix}$$

- (d) Si una matriz 3×3 tiene todos los elementos de la diagonal principal iguales a cero, entonces el determinante de dicha matriz es cero.