

Primer parcial - 27/04/2023

Nombre y apellido:

Carrera: LCC / LA / LF / LM / PF / PM / LMA

No se permite el uso de celular, calculadora, o similar, durante la resolución del parcial.

1. (25 pts.) Sean $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$. Determinar todas las matrices $B = \begin{bmatrix} x_1 & x_5 \\ x_2 & x_6 \\ x_3 & x_7 \\ x_4 & x_8 \end{bmatrix}$ tales que $AB = C$.

2. (30 pts.) Determinar todos los valores de $a, b \in \mathbb{R}$ tales que el siguiente sistema:

$$\begin{cases} ax + bz = 2 \\ ax + ay + 4z = 4 \\ ay + 2z = b \end{cases}$$

- (a) ... tenga solución.
(b) ... tenga una única solución.

3. (30 pts.) Sea $A(x) = \begin{bmatrix} x^2 & 0 & x+i \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2x \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$.

- (a) Probar que $A(i)$ es invertible y calcular su inversa.
(b) Escribir a la matriz $A(i)$ como producto de matrices elementales.
(c) Calcular $\det(A(x))$.
(d) Determinar todos los valores de $x \in \mathbb{C}$ tales que $A(x)$ sea invertible.

4. (15 pts.) Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar en cada caso la respuesta.

- (a) Si $A, B \in F^{2 \times 2}$ son tales que $AB = 0$, entonces $A = 0$ o $B = 0$.
(b) Si $A \in F^{n \times n}$ es tal que $A^n = 0$, entonces $\det(A) = 0$.
(c) Si $A \in F^{n \times n}$ es tal que $\det(A) = 0$, entonces el sistema $AX = 0$ admite una solución no trivial.