Apellido y Nombre: Carrera:

1	2	3	TOTAL	NOTA

ALGEBRA y ALGEBRA II
PARCIAL 2
(16/11/2005)

Para aprobar hay que sumar por lo menos 2 puntos en el ejercicio (1) y por lo menos 2 puntos entre los ejercicios (2) y (3).

(1) **5pts.** En el siguiente ejercicio marcar claramente las respuestas en esta hoja. No es necesario justificar lo marcado.

Sean $T_1 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$, $T_2 : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ las siguientes transformaciones lineales

$$T_1(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 2x_2, -x_1 - 2x_3, x_1 + x_2 + x_3, x_2 - x_3),$$
$$T_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4, x_1 - x_2 + x_3, -x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 2x_4)$$

(a) ¿Cuál de las siguientes es base de Nu (T_2)?

i) $\{(-3,-2,1,0),(1,1,0,1)\}$; ii) $\{(1,-2,-1,1),(1,-1,1,0),(-1,3,3,-2)\}$;

iii) $\{(-3,2,1,0),(1,-1,0,1)\}$; iv) $\{(-3,-2,1,0),(1,1,0,1),(0,1,1,3)\}$.

(b) ¿Cuál de las siguientes es base de Im (T_1)?

i) $\{(1,-1,1,0),(2,0,1,1),(0,2,-1,1)\}$; ii) $\{(1,-1,1,0),(2,0,1,1)\}$;

iii) $\{(-1,0,1,1),(-1,1,2,0)\}$; iv) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0)\}$.

(c) ¿Cuál de las siguientes es una descripción implícita de Im (T_1)?

i) $\{(x_1,x_2,x_3,x_4) : x_3 = \frac{x_1}{2} - \frac{x_2}{2}\}$; ii) $\{(x_1,x_2,x_3,x_4) : x_3 = \frac{x_1}{2} - \frac{x_2}{2}$ y $x_4 = \frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{2}\}$;

iii) $\{(x_1,x_2,x_3,x_4) : x_3 = \frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{2}\}$; iv) $\{(x_1,x_2,x_3,x_4) : x_3 = \frac{x_1}{2} - \frac{x_2}{2},\ x_4 = \frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{2}$ y $x_3 = x_4\}$.

(d) ¿Cuál de las siguientes es base de Nu $(\mathrm{T}_2) \cap$ Im (T_1)?

i) $\{(1,1,0,1)\}$; ii) $\{(-3,-2,1,0)\}$; iii) $\{(1,-1,1,0),(2,0,1,1)\}$; iv) $\{(1,-1,1,0)\}\}$.

(e) ¿Cuál de las siguientes es la matriz de $T_2 \circ T_1$?

i) $\begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & -3 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; ii) $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 & 1 \\ -3 & 8 & 7 & -5 \\ 3 & -6 & -3 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$; iii) $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

(2) **3pts.** Decir si las siguientes afirmaciones son **verdaderas** o **falsas**, justificando sus respuestas.

(a) El conjunto $\{A \in M_{2\times 2} : det(A) = 0\}$ es un subespacio vectorial de $M_{2\times 2}$.

(b) Para todo plano Π en $\mathbb{R}^3$ existe una funcional lineal $f : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$ no nula tal que $f(\alpha) = 0$ para todo $\alpha \in \Pi$.

(c) Sea $S_{y=x}$ la reflexión con respecto a la recta $y = x$ de $\mathbb{R}^2$. Entonces la matriz $[S_{y=x}]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}$ de $S_{y=x}$ con respecto a la base $\mathcal{B} = \{(1,1),(1,-1)\}$ es $[S_{y=x}]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

(3) **2pts.** Sea $T : V \to W$ una transformación lineal. Probar que T es inyectiva si y sólo si la imagen por T de todo conjunto linealmente independiente de V es un conjunto linealmente independiente de W.