Apellido y Nombre:

ÁLGEBRA LINEAL y ÁLGEBRA II
PARCIAL 2
(17/11/2006)

A tener en cuenta:

- La prolijidad afecta el humor del corrector. :)
- Enumerar las hojas.
- No usar calculadora.

(1) **3pts.** Sea $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal dada por

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (x_1 - x_2 + 2x_4,\ -x_1 + x_2 + x_3 - 4x_5,\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + 6x_4 - 4x_5),$$

(a) Dar una base del núcleo de T.
(b) Calcular la dimensión de la imagen de T.
(c) Indicar cuales de estos vectores están en Nu T: $(1, 1, 4, -3, 1), (0, 2, -2, 1, 0)$. Idem con lo siguientes en Im T: $(1, -4, -1), (-1, -4, 1)$.

(2) **2,5pts.** $\mathcal{B} = \{\alpha_1, \alpha_2\}$ es base de $\mathbb{R}^2$ con $\alpha_1 = (1, 0), \alpha_2 = (1, 1)$. Sea $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal definida por

$$F(\alpha_1) = (-1, 0, 0); \quad F(\alpha_2) = (2, 0, 1).$$

(a) Describir F para cualquier $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
(b) Calcular $[F]_{\mathcal{C}_3}^{\mathcal{B}}$, donde $\mathcal{C}_3$ es la base canónica de $\mathbb{R}^3$.
(c) Calcular $[F]_{\mathcal{C}_3}^{\mathcal{C}_2}$, donde $\mathcal{C}_2$ es la base canónica de $\mathbb{R}^2$.

(3) **2,5pts.** Decir si las siguientes afirmaciones son **verdaderas** o **falsas**, justificando sus respuestas.
(a) Si $T_1 : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^3$ es una transformación lineal, entonces $\dim(\mathrm{Nu}\, T_1) \geq 3$.
(b) Sea $T_2 : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$ dada por $T_2(x, y) = (-y, x)$. El vector $\alpha = (i, 1)$ es autovector de T_2 con autovalor asociado i.
(c) El conjunto $\{A \in M_{2\times 2} : A \text{ es no inversible}\}$ es un subespacio vectorial de $M_{2\times 2}$.

(4) **2pts.** Sea $T : V \to W$ una transformación lineal inyectiva. Si $\{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$ es un conjunto linealmente independiente, entonces $\{T(\alpha_1), \ldots, T(\alpha_n)\}$ también lo es.