NOMBRE Y APELLIDO:

CARRERA:

Segundo Parcial

Justificar claramente todas las respuestas.

PARTE PRÁCTICA

Ejercicio 1. Sea $V = M^{2\times 2}(\mathbb{R})$ el espacio de las matrices 2×2 con coeficientes en $\mathbb{R}$, y sea

$$\beta = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right\}$$

una base ordenada de V.

(a) Dar la matriz de cambio de base de β a $\mathcal{C}$, donde

$$\mathcal{C} = \{E_{11}, E_{12}, E_{21}, E_{22}\}$$

es la base canónica de $M^{2\times 2}(\mathbb{R})$.

(b) Dar las coordenandas de una matriz $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ en la base β.

(c) Determinar la matriz D cuyas coordenadas son $[D]_\beta = [1, 2, 3, 4]_\beta$.

Ejercicio 2. Sea P_2 el espacio de los polinomios de grado menor o igual que 2 con coeficientes reales, y sea $T : P_2 \to M^{2\times 2}(\mathbb{R})$ definida por

$$T(a + bx + cx^2) = \begin{bmatrix} a-b & c \\ c & b-a \end{bmatrix}$$

(a) Describir el núcleo de T mediante ecuaciones y dar una base.

(b) Describir la imagen de T mediante ecuaciones y dar una base.

(c) Sean

$$\beta = \{1, x - x^2, x + x^2\}, \quad \beta' = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right\}$$

bases ordenandas de P_2 y $M^{2\times 2}(\mathbb{R})$ respectivamente. Dar la matriz de T con respecto a β y β'.

PARTE TEÓRICA

Ejercicio 1. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

(i) Si S es un conjunto linealmente dependiente y $\widetilde{S}$ es un subconjunto de S entonces $\widetilde{S}$ es linealmente dependiente.

(ii) Si V es espacio vectorial sobre $\mathbb{K}$ de dimensión n entonces V es isomorfo a $\mathbb{K}^n$.

(iii) Existe una transformación lineal $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ tal que $\dim \mathrm{Im}(T) = 3$ y $\dim \mathrm{Nu}(T) = 3$.

Ejercicio 2. Sea V un espacio vectorial sobre un cuerpo $\mathbb{K}$, de dimensión n. Demostrar que si $\beta = \{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$ es un conjunto linealmente independiente entonces β es una base.

Parte/Ejercicio	1	2	Total
Práctico			
Teórico			