Facultad de Matemática, Astronomía y Física
Universidad Nacional de Córdoba

Universidad Nacional de Córdoba

FAMAF

Álgebra / Álgebra II
Segundo parcial - 04/06/2015

Nombre y apellido: **Carrera:**

Justifique todas las respuestas.

1. (30 pts.) Sea $\mathcal{B} = \{(0,1,0,0), (1,1,0,0), (0,0,-1,1), (0,0,1,0)\} \subseteq \mathbb{R}^4$.
   a) Probar que $\mathcal{B}$ es una base de $\mathbb{R}^4$.
   b) Hallar la matriz de coordenadas de un vector $(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ en la base ordenada $\mathcal{B}$.
   c) Determinar la matriz de cambio de base de la base ordenada canónica a la base ordenada $\mathcal{B}$.

2. (30 pts.) Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ la transformación lineal definida en la forma
$$T(x, y, z) = (x - y, y - z, 2x - y - z, -x + z).$$
   a) Dar una descripción implícita y una base de $\operatorname{Nu} T$ y calcular su dimensión.
   b) Dar una descripción implícita y una base de $\operatorname{Im} T$ y calcular su dimensión.
   c) Decidir si el vector $(1, 0, -1, 1)$ pertenece a $\operatorname{Im} T$.

3. (20 pts.) Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar.
   a) Sea F un cuerpo. Existen subespacios V y W de F^5 tales que $\dim V = 2 = \dim W$ y $F^5 = V \oplus W$.
   b) Si $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ es una transformación lineal tal que $T(1, 0) = (1, 0, -1)$ y $T(0, 1) = (0, 1, 0)$, entonces $T(1, -1) = (1, -1, 1)$.
   c) Existe una transformación lineal $T : \mathbb{R}^7 \to \mathbb{R}^3$ tal que $\dim \operatorname{Nu} T = 2$.

4. (20 pts.) Sean V y W espacios vectoriales sobre un cuerpo F.
   a) Dar la definición de transformación lineal $T : V \to W$.
   b) Definir núcleo e imagen de una transformación lineal $T : V \to W$.

Ejercicio	1a	1b	1c	2a	2b	2c	3a	3b	3c	4a	4b	**Total**
Evaluación												