Facultad de Matemática, Astronomía y Física
Universidad Nacional de Córdoba

Universidad Nacional de Córdoba

FAMAF

Álgebra / Álgebra II (2015)
Recuperatorio segundo parcial - 16/06/2015

Nombre y Apellido: **Carrera:**

Justifique todas las respuestas.

1. (30 pts.) Sea $\mathcal{B} = \{(1,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,1,-1),(0,1,0,0)\} \subseteq \mathbb{R}^4$.
   a) Probar que $\mathcal{B}$ es una base de $\mathbb{R}^4$.
   b) Hallar la matriz de coordenadas de un vector $(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4$ en la base ordenada $\mathcal{B}$.
   c) Sea además $\mathcal{B}'$ la base ordenada de $\mathbb{R}^4$ dada por
   $$\mathcal{B}' = \{(0,0,1,0),(0,1,0,0),(1,0,0,0),(0,0,0,1)\}.$$
   Determinar la matriz de cambio de base de la base ordenada $\mathcal{B}'$ a la base ordenada $\mathcal{B}$.

2. (30 pts.) Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ la única transformación lineal tal que
   $$T(1,0,0) = (1,0,2,-1),\ T(0,1,0) = (-1,1,-1,0),\ T(0,0,1) = (0,0,-1,1).$$
   a) Dar una fórmula para $T(x,y,z)$.
   b) Dar una descripción implícita y una base de $\operatorname{Nu} T$ y calcular su dimensión.
   c) Dar una descripción implícita y una base de $\operatorname{Im} T$ y calcular su dimensión.

3. (20 pts.) Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar.
   a) Sea F un cuerpo. Si V y W son subespacios de F^3 tales que $\dim V + \dim W = 3$, entonces $F^3 = V \oplus W$.
   b) Existe una transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tal que $T(1,0,1) = (0,-1)$, $T(0,1,0) = (1,2)$ y $T(1,-1,1) = (-1,0)$.
   c) Existe una transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^5$ tal que $\dim \operatorname{Im} T = 4$.

4. (20 pts.) Sean V y W espacios vectoriales sobre un cuerpo F.
   a) Dar la definición de transformación lineal $T : V \to W$.
   b) Definir núcleo e imagen de una transformación lineal $T : V \to W$.

Ejercicio	1a	1b	1c	2a	2b	2c	3a	3b	3c	4a	4b	**Total**
Evaluación												