ÁLGEBRA II-ÁLGEBRA – RECUPERATORIO SEGUNDO PARCIAL 2018

NOMBRE Y APELLIDO: **COMISIÓN:**

Ejercicio	1	2	3	4	Total
Nota					

Justificar todas las respuestas. No está permitido el uso de dispositivos electrónicos.
Se aprueba con 51 puntos.

Ejercicio 1. *(30 pts.)* Sean W_1 y W_2 los siguientes subespacios de $\mathbb{R}^4$:

$$W_1 = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 - x_3 + 3x_4 = 0, \quad x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 6x_4 = 0\},$$
$$W_2 = \langle (1, 1, -1, 0), (-2, -2, -2, -2) \rangle.$$

(a) Dar una base de W_1 (b) Probar que $\dim(W_2) = 2$.
(c) Dar una presentación implícita de $W_1 \cap W_2$. (d) Probar que $\dim(W_1 + W_2) = 3$.

Ejercicio 2. *(25 pts.)* Sea $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ la base canónica de $\mathbb{R}^4$. Sea $W \subset \mathbb{R}^4$ el subespacio generado por $w_1 = e_1 + e_2$, $w_2 = 2e_3$, $w_3 = e_1 - e_4$.

(a) Mostrar que $B = \{w_1, w_2, w_3\}$ es una base de W.

(b) Comprobar que el vector $(0, 1, 2, 1) \in W$ y dar las coordenadas de ese vector en la base B.

Ejercicio 3. *(20 pts.)*

(a) Hallar una transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ que satisfaga

$$T(1, 1, 1) = (1, 1), \qquad T(1, 2, 3) = (1, 1).$$

(b) ¿Es única?

(c) Calcular $T(1, 0, 0), T(0, 1, 0), T(0, 0, 1)$ y dar una fórmula para $T(x, y, z)$.

Ejercicio 4. *(25 pts.)* Sea $U : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal dada por

$$U(x, y, z) = (x + y + z, x + z, -y).$$

(a) Dar una base de la imagen.

(b) Calcular la dimensión del núcleo.

(c) Calcular la matriz de U con respecto a la base canónica de $\mathbb{R}^3$.