1	2	3	4

CALIF.

APELLIDO Y NOMBRE:
COMISIÓN: $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ **Mañana**

Algebra II - 2do Cuatrimestre 2019

Segundo Parcial (12/11/2019)

---

1. (2pts) Sea $\mathbb{R}[t]_2$ el $\mathbb{R}$-espacio vectorial de polinomios de grado menor o igual que 2, y sea $T : \mathbb{R}[t]_2 \to \mathbb{R}^4$ la transformación lineal dada por

$$T(p(x)) = (p(0), p'(0), p(1), p'(1)).$$

Dadas las bases $\mathcal{B}_2 = \{(1,1,0,0), (0,1,1,0), (0,0,1,1), (1,0,0,-1)\}$ de $\mathbb{R}^4$ y $\mathcal{B}_1 = \{2+t, t^2+t+1, t^2+1\}$ de $\mathbb{R}[t]_2$, calcular $[T]_{\mathcal{B}_1,\mathcal{B}_2}$.

---

2. (3pts) Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la siguiente transformación lineal:

$$T(x,y,z) = (-2x+6y+8z, -2x+6y+4z, x-3y), \qquad x,y,z \in \mathbb{R}.$$

(a) Calcular los autovalores de T y sus correspondientes autoespacios.

(b) Decidir si T es diagonalizable. En caso que lo sea, dar una base B de $\mathbb{R}^3$ tal que la matriz de T en dicha base sea diagonal.

---

3. (2pts) Sea $(\mathbb{R}^3, \langle\ ,\ \rangle)$ el espacio vectorial con producto interno dado por

$$\langle (x_1,y_1,z_1), (x_2,y_2,z_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 2y_1y_2 + 3z_1z_2.$$

- Dado el subespacio W generado por los vectores $\{(1,1,0), (0,1,1)\}$, encontrar una base ortogonal de W.
- Dar una base de $W^{\perp}$.

---

4. Determinar si cada una de las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando en cada caso la respuesta dada.

(a) (1pt) Toda matriz $A \in M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ es diagonalizable.

(b) (1pt) Miremos $\mathbb{R}^3$ con el producto interno canónico $\langle\ ,\ \rangle$. Dada la transformación lineal $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, dada por $f((1,1,0)) = 1$, $f((1,0,-1)) = -1$ y $f((0,1,1)) = 0$, existe un vector $v = (a,b,c) \in \mathbb{R}^3$ tal que para todo vector $w \in \mathbb{R}^3$, $f(w) = \langle v, w \rangle$.

(c) (1pt) Si $A \in M_{3\times 3}(\mathbb{R})$ es tal que $\det(A) = 0$ entonces A tiene toda una fila o toda una columna de ceros.

JUSTIFICAR TODAS LAS RESPUESTAS