1a	1b	2a	2b	3a	3b	4a	4b	4c

CALIF.

APELLIDO Y NOMBRE:
COMISIÓN:

Algebra II - 2do Cuatrimestre 2022

Segundo Parcial (24/11/2022) - Mañana

---

1. (30pts) Sea $\mathbb{R}[t]_3$ el $\mathbb{R}$-espacio vectorial de polinomios de grado menor o igual que 3, y sea $T : \mathbb{R}[t]_3 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal dada por

$$T(p(x)) = (p(0), p(1), p(2)).$$

(a) Calcular el núcleo y la imagen de T.

(b) Dadas las bases $\mathcal{B}_2 = \{(1,1,0),(0,1,1),(0,0,-1)\}$ de $\mathbb{R}^3$ y $\mathcal{B}_1 = \{1+t, t^2+t+1, t^2+1, t^3+1\}$ de $\mathbb{R}[t]_3$, calcular $[T]_{\mathcal{B}_1,\mathcal{B}_2}$.

---

2. (20pts) Sea $T : \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^3$ la siguiente transformación lineal:

$$T(x,y,z) = (-y,x,z), \qquad x,y,z \in \mathbb{C}.$$

(a) Calcular los autovalores de T y sus correspondientes autoespacios.

(b) Decidir si T es diagonalizable. En caso que lo sea, dar una base B de $\mathbb{C}^3$ tal que la matriz de T en dicha base sea diagonal.

---

3. (20pts) Sea $\mathbb{R}^3$ el espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$. Consideremos la función $\langle\ ,\ \rangle : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$

$$\langle (x_1,y_1,z_1),(x_2,y_2,z_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 2y_1y_2 + 3z_1z_2.$$

(a) Probar que $\langle\ ,\ \rangle$ es un producto interno.

(b) Dado el subespacio W generado por los vectores $\{(1,1,0),(0,1,1)\}$, encontrar una base ortogonal de W.

---

4. Determinar si cada una de las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando en cada caso la respuesta dada.

(a) (10pt) Una matriz $A \in M_{3\times 3}(\mathbb{R})$ con exactamente dos autovalores distintos es diagonalizable.

(b) (10pt) Existe un isomorfismo entre $(\mathbb{C}^4)^*$ y $M_{2\times 2}(\mathbb{C})$.

(c) (10pt) Existen a, b, c y d tal que

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 5 & 4 \\ a & b & c & d \end{pmatrix} \neq 0$$

JUSTIFICAR TODAS LAS RESPUESTAS