

Segundo parcial - 06/06/2023**Nombre y apellido:****Carrera:** LCC / LA / LF / LM / PF / PM / LMA**No se permite el uso de celular, calculadora, o similar, durante la resolución del parcial.**

1. (30 pts.) Sean W_1 y W_2 los subespacios de \mathbb{R}^5 definidos por:

$$W_1 = \{(x, y, z, u, v) \in \mathbb{R}^5 : u + v = 0, x + y + z = 0\},$$
$$W_2 = \langle (1, -1, 1, -1, 1), (0, 1, 0, 0, 0) \rangle.$$

- (a) Dar una base del subespacio $W_1 \cap W_2$ y calcular su dimensión.
- (b) Dar una base del subespacio $W_1 + W_2$ y calcular su dimensión.
- (c) Decidir si el vector $(1, 1, -2, 1, 1)$ pertenece a $W_1 + W_2$.
2. (30 pts.) Sea $\mathcal{B} = \{(1, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 0, 2)\} \subseteq \mathbb{R}^3$.
- (a) Hallar la matriz de cambio de base de la base ordenada $\mathcal{B}' = \{(0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0)\}$ a la base ordenada \mathcal{B} .
- (b) Hallar las coordenadas de un vector $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ en la base ordenada \mathcal{B} .
3. (25 pts.) Sea $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la transformación lineal definida por

$$T(x, y, z) = (x - y - 2z, -x + y + 2z).$$

- (a) Dar una base y una descripción implícita del núcleo de T .
- (b) Dar una base y una descripción implícita de la imagen de T .
- (c) Hallar la matriz de T con respecto a las bases ordenadas \mathcal{C} y \mathcal{B}' de \mathbb{R}^3 y \mathbb{R}^2 , respectivamente, donde

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}, \quad \mathcal{B}' = \{(0, 1), (1, 0)\}.$$

4. (15 pts.) Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar en cada caso la respuesta.
- (a) El conjunto $\{(1, 0, -1), (-i, 0, i)\}$ se extiende a una base de \mathbb{C}^3 .
- (b) Si W_1 y W_2 son subespacios de $F^{2 \times 2}$ tales que $\dim W_1 = \dim W_2 = 3$, entonces $W_1 \cap W_2 \neq \{0\}$.
- (c) Existe una transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $T(1, 0, -1) = (2, -1)$ y $T(1, 0, 0) = (1, 1)$.