Turno mañana **Comisión:**

Apellido y Nombre: **Nota Final:**

Carrera:

1. (*20 pts.*) Sea $\Bbbk$ un cuerpo y V, W, U espacios vectoriales sobre $\Bbbk$. Sean $T : V \to W$ y $S : W \to U$ transformaciones lineales. Demostrar que la composición de $S \circ T$ es una transformación lineal.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}_3[x]$ definida por

$$T(a, b, c) = (a + b)x^2 + (2a + 4c)x + a - b + 4c$$

   (a) (*15 pts.*) Dar la dimensión del núcleo de T. Justifique apropiadamente.

   (b) (*10 pts.*) Calcular la matriz de la transformación T con respecto a la base canónica ordenada $\mathcal{C} = \{e_1, e_2, e_3\}$ de $\mathbb{R}^3$ y la base ordenada $\mathcal{B} = \{1, 1 + x, 1 + x + x^2\}$ de $\mathbb{R}_3[x]$.

   (c) (*15 pts.*) Calcular los autovalores reales y complejos de la matriz $[T]_{\mathcal{CB}}$.

3. (*30 pts.*) Definir una transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \to M_2(\mathbb{R})$ que verifique que

$$\mathrm{Nu}(T) = \{(x, y, z) : z = x = 3y\},$$

$$\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \Big|\ b = a - c,\ b - d = c \right\}.$$

   Escribir explícitamente $T(x, y, z)$ para cualquier $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Justifique cada paso.

4. (*10 pts.*) Sea $T : M_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ una transformación lineal **no** nula. Demostrar que existe una matriz triangular superior $A \in M_2(\mathbb{R})$ **no nula** tal que $T(A) = 0$.

1	2(a)	2(b)	2(c)	3	4	Total	Nota

Algunas recomendaciones:

1. Ordene y numere las páginas.
2. Coloque bien su nombre y carrera.
3. **Tache** en la grilla los ejercicios que no han sido resueltos.
4. Ordene los ejercicios en orden ascendente.