Recuperatorio del Segundo Parcial de Álgebra / Álgebra II / Álgebra Lineal FaMAF, 2º cuatrimestre 2023

Turno mañana **Comisión:**

Apellido:
Nombre:
Carrera:

1. (*20 pts.*) Sea V un $\mathbb{k}$-espacio vectorial de dimensión finita. Sean $W, U \subseteq V$ dos subespacios vectoriales. Definir $U + W$ y demostrar que es un subespacio vectorial de V.

2. Sea $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ definida por

$$T\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b & 2b \\ 2c-d & d \end{pmatrix}$$

   (a) (*15 pts.*) Dar una base del núcleo de T.
   (b) (*10 pts.*) Calcular los autovalores reales de T.
   (c) (*15 pts.*) Describir los autoespacios asociados a los autovalores calculados en el punto anterior.
   (d) (*5 pts.*) Decidir si T es diagonalizable.

3. (a) (*20 pts.*) Definir una transformación lineal $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ tal que -1 y 3 sean autovalores de T y tal que

$$Nu(T) = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : x - y = z = w - y\}.$$

   (b) (*5 pts.*) Decidir si existe una única transformación lineal que satisfaga las condiciones anteriores.

4. (*10 pts.*) Sea V un $\mathbb{k}$-espacio vectorial de dimensión 3. Se define

$$U = \{T : V \to V \quad | \quad T \text{ es transformación lineal: } \operatorname{Tr}(T) = 0\}.$$

   Calcular la dimensión del espacio vectorial U.

1	2(a)	2(b)	2(c)	2(d)	3(a)	3(b)	4	Total	Nota

Algunas recomendaciones:

1. Ordene y numere las páginas.
2. Coloque bien su nombre y carrera.
3. **Tache** en la grilla los ejercicios que no han sido resueltos.
4. Ordene los ejercicios en orden ascendente.