

Prefinal 17/06/21

- (1) (10 puntos) Calcular los autovalores reales y complejos de la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{4 \times 4}.$$

- (2) Considere la siguiente matriz

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 4 & -4 \\ -1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

- (a) (10 puntos) Sabiendo que $\lambda = 2$ es un autovalor de B , dar una base del autoespacio asociado a $\lambda = 2$.
- (b) (5 puntos) Sea $V \subset \mathbb{R}^3$ un subespacio de dimensión 2. Probar que existe $v \in \mathbb{R}^3$ no nulo tal que $Av = 2v$.

- (3) Sea
- $V \subset \mathbb{R}^{2 \times 2}$
- el subespacio

$$V = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \mid a + b + 3c = 0, -a - 4b = 0 \right\}.$$

- (a) (10 puntos) Dar una base de V .
- (b) (10 puntos) Extender la base dada en el inciso anterior a una base de $\mathbb{R}^{2 \times 2}$.

- (4) Sea
- $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$
- la transformación lineal definida por

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_3, 3x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4, -x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4, x_2 - 2x_3 + 3x_4).$$

- (a) (10 puntos) Describir implícitamente la imagen de T .
- (b) (10 puntos) Calcular la dimensión de la imagen de T .
- (c) (10 puntos) Dar la dimensión del núcleo de T usando el teorema de la dimensión.

- (5) Considere las siguientes bases ordenadas de
- $\mathbb{K}_3[x]$
- :

$$\mathcal{B} = \{x, x^2, 1\} \quad \text{y} \quad \mathcal{B}' = \{x^2 + x, x^2 + 1, x^2 + x + 1\}$$

- (a) (5 puntos) Dar las coordenadas de $3x^2 - x + 2$ con respecto a la base \mathcal{B} .
- (b) (10 puntos) Calcular la matriz de cambio de base de \mathcal{B}' a \mathcal{B} .
- (c) (10 puntos) Calcular la matriz de cambio de base de \mathcal{B} a \mathcal{B}' .