

Álgebra / Álgebra II / Álgebra Lineal

Prefinal Turno Tarde 25/11/21

Importante

- Justificá todas tus respuestas.
- No podés usar calculadora, computadora, tablet o celular mientras esté haciendo el examen.
- Copiá todos los enunciados en hojas de papel (o imprimilos). Un ejercicio por hoja.
- Para aprobar deberás tener al menos 50 pts. en el total.
- Al finalizar:
 - En **cada hoja** que entregues escribí, en forma clara y completa, tu nombre y apellido.
 - Cada ejercicio debe empezar en una nueva página encabezada por el correspondiente enunciado. Al final de la resolución incluir la leyenda “Fin de la resolución” y cruzar con una línea el espacio en blanco que hubiere. Si el ejercicio no es resuelto debe estar el enunciado seguido de la leyenda “No resuelto”. Armar el archivo pdf siguiendo la numeración de los enunciados.
 - Recordá que también tenés que agregar una hoja con la leyenda *“Por la presente declaro que la resolución de este examen es obra de mi exclusiva autoría y respetando las pautas y criterios fijados en los enunciados. Asimismo declaro conocer el régimen de infracción de los estudiantes cuyo texto ordenado se encuentra en el apéndice de la Res. Rec. 1554/2018”*.
 - Tomá fotos de todas las hojas con el celular (o escanea las hojas) en forma vertical y luego hacé un solo pdf con todas las hojas ordenadas de acuerdo a la numeración de los ejercicios. Debés verificar que el documento esté en el sentido correcto y que su calidad permita que sea leído y corregido.
 - Subí el archivo pdf en el apartado “Tu Trabajo - Añadir o crear”.
 - Una vez subido el archivo, presioná “Entregar”.

Preguntas

- Las preguntas sobre el enunciado podés hacerlas en “Comentarios privados”.
- Preguntas relacionadas con el desarrollo del ejercicio podés hacerlas en “Comentarios privados”.

Ejercicios

(1) Sea $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & -11 \\ 0 & 1 & 7 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$.

- (a) (5 puntos) Dar el polinomio característico de A .
 (b) (15 puntos) Mostrar que 1 es autovalor y dar una descripción paramétrica del autoespacio asociado.
 (c) (5 puntos) Hallar los demás autovalores de A .

(2) Sean W_1 y W_2 los siguientes subespacios de \mathbb{R}^3 :

$$W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 2y - 3z = 0\},$$

$$W_2 = \langle (1, 1, -2), (3, 3, -6), (1, 3, -2) \rangle.$$

- (a) (15 puntos) Caracterizar con ecuaciones a W_2 .
 (b) (15 puntos) Dar una base del subespacio $W_1 \cap W_2$.

(3) Sea $P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$.

- (a) (15 puntos) Calcular la inversa de P .
 (b) (5 puntos) Dar una base ordenada \mathcal{B} de \mathbb{R}^3 tal que P es la matriz de cambio de coordenadas de la base canónica de \mathbb{R}^3 a la base \mathcal{B} .

(4) Sea $T : \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^3$ una transformación lineal tal que

$$T \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) = (1, 1, 0), \quad T \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) = (1, 1, 1),$$

$$T \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right) = (0, 0, -1), \quad T \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = (0, 0, 0)$$

- (a) (15 puntos) Dar una base de la imagen de T .
 (b) (10 puntos) Sea W un subespacio de $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ de dimensión 3. Probar que existe una matriz no nula 2×2 que pertenece a $W \cap \text{Nu}(T)$.