Apellido y Nombre:

Carrera: | Comisión: | Condición:

Análisis Matemático I
Examen

A tener en cuenta:

- Enumerar las hojas.
- No usar calculadora ni teléfono celular.

PARTE PRÁCTICA: Para aprobar el examen hay que sumar por lo menos 30 puntos en esta parte.

(1) (15 ptos)

(a) Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2+x})$. b) $\lim_{x\to 0}\dfrac{\arctan(x)}{x}$.

(b) Calcular las siguientes derivadas

a) $f(x)=\ln(x^{2011})\,\dfrac{1}{x+y}$. b) $g(x)=e^{\operatorname{sen}(x)}\sqrt[3]{x^5+1}$.

(2) (25 ptos) Sea

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{x-1}, & \text{si } x\geq 0 \text{ y } x\neq 1;\\[2ex] x^3+2x, & \text{si } x<0\,.\end{cases}$$

(a) Dar el conjunto de puntos donde f es continua. Justificar.
(b) Dar el conjunto de puntos donde f es derivable. Justificar.
(c) Calcular $\lim_{x\to+\infty}f(x)$, $\lim_{x\to-\infty}f(x)$, $\lim_{x\to 1^+}f(x)$ y $\lim_{x\to 1^-}f(x)$.
(d) Determinar máximos y/o mínimos locales. ¿ Existe máximo y/o mínimo global?
(e) Determinar zonas de crecimiento y decrecimiento de f.
(f) Determinar donde f es cóncava para arriba y cóncava hacia abajo.
(g) Graficar f.

(3) (8 ptos) Si f es una función par y derivable en $\mathbb{R}$, entonces existe $x_0\in\mathbb{R}$ tal que $f'(x_0)=0$.

(4) (12 ptos) Supongamos que h es una función tal que $h'(x)=\operatorname{sen}^2(\operatorname{sen}(x+1))$ y $h(0)=3$.
(a) Hallar $(h^{-1})'(3)$ y la ecuación de la recta tangente al gráfico de h^{-1} en el punto $(3,h^{-1}(3))$.
(b) Hallar $(g^{-1})'(3)$, donde $g(x)=h(x+1)$.