

APELLIDO Y NOMBRE: \_\_\_\_\_

1	2	3	4	5	6	7	Total

**EXAMEN FINAL**  
**Análisis Matemático I**

**Ejercicio 1:** [ 1 punto ]

Sea

$$f(x) = \frac{x-2}{|x-1|} + 1$$

Determine el dominio de  $f$  y encuentre los valores de  $x$  que satisfacen  $f(x) > 0$ .

**Ejercicio 2:** [ 1.5 puntos ]

Sea

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+3} & -3 \leq x < 1, \\ a2^x & x \geq 1, \end{cases}$$

- Encuentre el valor de  $a$  para que  $f$  sea continua en todo su dominio.
- Diga en qué puntos  $f$  es derivable y calcule  $f'(x)$  en esos puntos.
- Grafique la función para el  $a$  calculado en el inciso  $a$ ).

**Ejercicio 3:** [ 1 punto ]

Calcule los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4-x}{2-\sqrt{x}}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x e^{1/x}$

**Ejercicio 4:** [ 1 punto ]

Calcule la ecuación de la recta tangente al gráfico de la siguiente función, en el punto  $(1, f(1))$ :

$$f(x) = \ln^2(x) + \frac{1}{x}$$

**Ejercicio 5:** [1 punto]

Calcule las siguientes integrales:

a)  $\int \frac{\ln \sqrt{x}}{x} dx$

b)  $\int_0^\pi (x - 1) \cos(x) dx$

**Ejercicio 6:** [3 puntos]

Considere la siguiente función:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$$

- a) Determine el dominio de  $f$  y señale, si los hay, los puntos donde el gráfico de  $f$  corta a los ejes y las asíntotas verticales y horizontales.
- b) Encuentre los puntos críticos, y determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento. Determine los máximos y mínimos locales y absolutos, si existen.
- c) Encuentre los puntos de inflexión y los intervalos en que la función es cóncava hacia arriba o hacia abajo.
- d) Grafique la función haciendo uso de toda la información anterior.

**Ejercicio 7:** [1.5 puntos]

- a) Enuncie el Teorema del Valor Medio.
- b) Decida si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique claramente todas las respuestas:
  - i) Sea  $f(x) = e^x + x$ . Entonces existe un número  $c \in \mathbb{R}$  tal que  $f(c) = 0$ .
  - ii) Sean  $f$  y  $g$  funciones impares tales que  $f \circ g$  está definida, entonces  $f \circ g$  es una función par.