APELLIDO Y NOMBRE: ______________________________________

Análisis Matemático I

Licenciatura en Ciencias de la Computación

6 de marzo de 2013

EXAMEN FINAL

1	2	3	4	5	6	7	Total

Ejercicio 1: (1 punto) Determine los intervalos de números reales x, $x \neq -1$, tales que:

$$\frac{2}{1+x} < x$$

Ejercicio 2: (1 punto) Calcule los siguientes límites:

a) $\displaystyle \lim_{x\to\pi} \frac{(\operatorname{sen}(x))^2}{1+\cos(x)}$

b) $\displaystyle \lim_{x\to 5} \frac{2x-10}{\sqrt{x+4}-3}$

Ejercicio 3: (1 punto) Sea $f(x) = x^3 - 2x$.

a) Encuentre los valores de x tales que la recta tangente al gráfico de f es paralela a la recta $y = x$.

b) Calcule la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en el punto $(1, -1)$.

Ejercicio 4: (1 punto) Calcule las siguiente integrales

a) $\displaystyle \int \ln(x)\, dx$

b) $\displaystyle \int_0^{\sqrt{\pi}} x\operatorname{sen}(x^2)\, dx$

Ejercicio 5: (3 puntos) Sea $f(x) = x\mathrm{e}^x$.

a) Determine el dominio de f y señale, si los hay, los puntos donde el gráfico de f corta a los ejes y las asíntotas verticales y horizontales.

b) Encuentre los puntos críticos, y determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento. Determine los máximos y mínimos locales y absolutos, si existen.

c) Encuentre los puntos de inflexión y los intervalos en que la función f es cóncava hacia arriba o hacia abajo.

d) Grafique la función haciendo uso de toda la información anterior.

Ejercicio 6: (1.5 puntos) Determine, para cada una de las siguientes afirmaciones, si son verdaderas o falsas, justificando la respuesta.

a) Si f es continua en a, entonces f es derivable en a.

b) Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una función continua en $[a, b]$ y derivable en (a, b), y sea c un punto de mínimo para f (es decir, $f(c) \leq f(x)$, para todo $x \in [a, b]$). Entonces $a < c < b$ y $f'(c) = 0$.

c) Si f es una función impar, entonces $f(0) = 0$.

Ejercicio 7: (1.5 puntos)

a) Enuncie el Teorema de Weierstrass.

b) Enuncie el Teorema de Fermat.