

Apellido:				Nombre:				Condición:			
-----------	--	--	--	---------	--	--	--	------------	--	--	--

1	2	3	4	5	6	7	8	Total	Nota

• Los alumnos libres deben resolver correctamente los ejercicios A) y B) para aprobar el examen.

1) (1,25 pts.)

a) Dar la definición de serie convergente y absolutamente convergente.

b) Determinar si $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + 1}$ es convergente y/o absolutamente convergente. Justificar.

2) (1,25 pts.) Determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justificar.

a) Sean A y B dos planos en \mathbb{R}^3 tales que sus vectores normales son ortogonales, entonces A y B son paralelos.

b) Si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función periódica de período 2 entonces $\int_a^b f(x) dx = 0$ para todo $a, b \in \mathbb{R}$ tales que $b - a > 2$.

3) (1,25 pts.) Calcular la derivada de la función definida en a) y determinar si la integral impropia dada en b) es o no convergente. Justificar.

a) $f(x) = \int_0^{x^3} \frac{\sqrt{t^2 + 1}}{\cos(t) + 2} dt$

b) $\int_3^{+\infty} \frac{x}{x^2 - \cos(x)} dx$

4) (1 pto.) Calcular la siguiente integral: $\int \frac{e^x}{4e^x + e^{2x} + 5} dx$.

5) (1 pto.) Dar una cota superior del error que se comete al estimar \sqrt{e} usando el polinomio de Taylor de orden 6 de $f(x) = e^x$ centrado en 0.

6) (1,5 pts.) Sea $f(x, y) = e^{x^2 + y^2}$.

a) Dar la ecuación del plano tangente al gráfico de f en el punto $(0, 1, e)$ y la ecuación de la recta normal a dicho plano por ese punto.

b) Graficar las curvas de nivel de f y dar la ecuación de la recta normal a la curva de nivel que pasa por $(-1, 1)$.

7) (1,25 pts.) Sea $f(x, y) = x \ln(x + y^2)$. Hallar los puntos críticos de f y determinar si $(e^{-1}, 0)$ es un máximo local, mínimo local o punto de silla.

8) (1,5 pts.)

a) Calcular $\iint_D (2x + 1) dx dy$ donde $D = \{(x, y) \mid y \leq x \leq e^y \wedge 1 \leq y \leq 2\}$.

b) Calcular, usando coordenadas polares, $\iint_R \sin(x^2 + y^2) dA$ donde R es la región en el primer cuadrante comprendida entre las circunferencias con centro en el origen y radios 1 y 3.

Ejercicios para Libres

A) ¿Verdadero o falso? Justificar: Si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge entonces $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}$ converge.

B) Hallar la serie de Taylor, centrada en 0, de $f(x) = \frac{1}{3 + x}$.