**Nombre:** ..... **Condición:**.....

**JUSTIFIQUE TODAS SUS AFIRMACIONES**

**NOTA**: El examen se aprueba sumando **60 puntos** como mínimo.
Los alumnos regulares cuentan con los 10 pts del Ejercicio 1 (**no deben** resolverlo).

**1.** (10 puntos, **SÓLO PARA LIBRES**)
Dadas las funciones $f(x) = e^{x+1}$ y $g(x) = x^2 - 1$.
(a) Obtener $f \circ g$.
(b) Decidir si $f$ es biyectiva y, en caso de ser posible, obtener su inversa.

**2.** (10 puntos) Resolver la siguiente inecuación; escribir el conjunto solución como un intervalo o unión de intervalos y representarlo en la recta real:

$$x < \frac{2}{|x-1|}.$$

**3.** (15 puntos) Sea $f(x) = \begin{cases} x & x < 1, \\ \dfrac{1}{x} & x \geq 1. \end{cases}$
(a) Determinar si $f$ es continua en $x = 1$.
(b) Calcular la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f$ en el punto $(2, \frac{1}{2})$.

**4.** (14 puntos) Calcular los siguientes límites:

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\tan(x)}{x^2 + 5x}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{2+x} - 2}{x - 2}$

**5.** (9 puntos)
(a) Enunciar el Teorema del Valor Medio.
(b) Cumple la función $f(x) = \ln(x)$ en el intervalo $[1, 2]$ con las hipótesis del Teorema del Valor Medio? En caso afirmativo, encuentre al menos un valor de $x$ para el que se cumpla el teorema.

**6.** (28 puntos) Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2}{(x-2)^2}$:
(a) Determinar su dominio.
(b) Obtener las rectas asíntotas verticales y horizontales, en caso de existir.
(c) Calcular los puntos críticos de la función.
(d) Determinar intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f$.
(e) Determinar, si los hay, máximos y mínimos locales de $f$.
(f) Determinar intervalos de concavidad hacia arriba y hacia abajo.
(g) Obtener, si los hay, los puntos de inflexión de $f$.
(h) Esbozar el gráfico de la función $f$.

**7.** (14 puntos)
(a) Calcular el área de la región encerrada por la gráfica de $f(x) = \cos(x)$, el eje $x$ y las rectas verticales $x = -\pi/2$ y $x = \pi/2$.
(b) Calcular la siguiente integral indefinida:

$$\int \frac{e^{\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x+1}}\, dx.$$

| 1a | 1b | 2 | 3a | 3b | 4a | 4b | 5a | 5b | 6a | 6b | 6c | 6d | 6e | 6f | 6g | 6h | 7a | 7b | Tot | NOTA |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |