Ejercicio N° 1

① a) Diga cuales son los números que se encuentran a menor distancia de 2 que de -3

b) Grafique el conjunto de soluciones de la desigualdad

$$\frac{x-2}{x+1} < |x-5|$$

c) Dada la función $f(x) = 1 - e^{-x^2}$, $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, responda las siguientes preguntas, justificando las respuestas:

I) ¿Es inyectiva

II) ¿Es subyectiva

III) ¿Es biyectiva?

IV) ¿Es inversible?

V) ¿Es necesario restringir el dominio para que sea inyectiva? En caso afirmativo, ¿Cuál es?

VI) ¿Es necesario restringir el conjunto de llegada para que sea subyectiva? En caso afirmativo, ¿Cuál es?

VII) Indique el dominio y espacio de llegada para que la función tenga inversa y calcúlela

Ejercicio N°2

a) Calcule los siguientes límites SIN usar la regla de L'Hôpital

I) $\lim_{x \to \infty} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$ II) $\lim_{x \to 0} \frac{sen(5x)}{sen(3x)}$

(Ayuda: Use límites notables)

b) Sea $f(x)$ la siguiente función definida a tramos

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-3} & x \leq 0 \\ \frac{x^2-1}{x-1} & x > 0 \end{cases}$$

I) ¿Cuál es el dominio de esta función?

II) ¿Cuáles son los intervalos en que esta función es continua? Mencione la o las propiedades de las funciones continuas que utiliza para demostrar dicha continuidad

III) ¿Para que valores de x esta función es discontinua y que tipo de discontinuidad tiene? No utilice la regla de L'Hôpital para sus calculos en este ejercicio

c) Usando las herramientas que considere mas apropiadas, calcule el sig. límite:

$$\lim_{x \to 0^+} \ln(x)\, tg(x)$$

Ejercicio N°3

a) Calcule las siguientes derivadas

I) $f(x) = \dfrac{\ln(x)}{x - x^2}$ II) $g(x) = sen^3(2\pi\sqrt{x})$

b) I) Obtenga la ecuación de la recta tangente al gráfico de la función $f(x) = arctg(x)$ en el punto $(1, \pi/4)$

II) Utilice la ecuación obtenida en I para estimar el valor de $f(1,1)$ con una aproximación lineal
(Ayuda: En el caso que necesite el valor numerico de $\pi/4$, puede considerar que $\pi/4 \approx 0,8$)

c) ¿Cuándo decimos que una función f es derivable en un punto x_0? Explique con sus palabras que interpretación geometrica tiene el valor $f'(x_0)$

Ejercicio N°4

Grafique una función que cumpla con TODAS las sig. características:

I) El dominio de la función NO son todos los reales

II) La imagen de la función es $I = [-3, \infty)$

III) Tiene una discontinuidad evitable en $x = -2$ y una discontinuidad esencial en $x = 0$

IV) Tiene una AH en $y = 1$

V) $\lim_{x \to \infty} f(x) = -1$

VI) Tiene un único P.C.

VII) $f'(x)$ cambia de signo en $x = -3$ y $f(-3) = -3$

VIII) Tiene un PI en $x = -4$

IX) Es cóncava hacia abajo en $(\infty, -4)$

X) $f''(x)$ es positiva en $(0, \infty)$

$\uparrow y$

Ejercicio Nº 5

a) Calcule la siguiente integral: $\int x^3 e^{-x^2} dx$

(Ayuda: Puede resultar mas facil hacer primero una sustitución y despues resolver por partes)

b) Grafique y calcule el área delimitada por las curvas:

$y = |x-2|$;

$y = 6 - x$;

$y = x^2$

c) Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) > 0$ y $m, M, a, b \in \mathbb{R}$. Diga si la siguiente afirmación es verdadera o falsa, justificando su respuesta:

Si $m \leq f(x) \leq M$ para $a \leq x \leq b$ entonces...

... $m(b-a) \leq \int_a^b f(x)\,dx \leq M(b-a)$