1.1

1) a) ¿Cuáles son los números que se encuentran a menor distancia de -5 que de 4 y a menor distancia de 2 que de -1?

b) Grafique el conjunto de soluciones de la siguiente desigualdad

$$\frac{x-2}{x+1} < |x^2-4|$$

c) Dada la función $f(x) = 1 - e^{-x^2+1}$, $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ responda las siguientes preguntas, justificando la respuesta:

1) ¿Es inyectiva?

2) ¿Es subyectiva?

3) ¿Es biyectiva?

4) ¿Es inversible?

5) ¿Es necesario restringir el dominio para que sea inyectiva? En caso afirmativo, hágalo.

6) ¿Es necesario restringir el espacio de llegada para que sea subyectiva? En caso afirmativo, hágalo.

7) Indique dominio y espacio de llegada para que la función tenga inversa y calcúlela

d) defina subyectividad.

Pueden aproximar $\sqrt{5} \approx 2{,}2$ (Para el ejercicio b)

2.1

2) a) Enuncie la definición formal de $\lim_{x \to a} f(x)$, es decir, escriba ¿Que debe cumplirse para que el límite de $f(x)$ sea igual a L cuando x tiende a a?

b) Sea $h(x)$ una función que cumple las siguientes desigualdades en el intervalo $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$

$$x \cdot \ln(x) \leq h(x) \leq \frac{e^x - e^{-x} - 2 \cdot \operatorname{sen}(x)}{2 \cdot \operatorname{sen}(x)}$$

Donde e es la base de los logaritmos naturales. Calcule

$$\lim_{x \to 0^+} h(x)$$

c) Sea $g(x)$ la siguiente función definida a tramos

$$g(x) = \begin{cases} (x+3)^2 & \text{si } x < 0 \\ \dfrac{x^2-9}{x^2-5x+6} & \text{si } x \in [0,3) \cup (3,\infty) \\ 1 & \text{si } x = 3 \end{cases}$$

¿Para que valores de x esta función es discontinua y que tipo de discontinuidad tiene?

d) Demuestre que hay una solución de la siguiente ecuación en el intervalo $(0,1)$:

$$3^x = 2 - x^2$$

3.1

3) a) Calcule las derivadas de las siguientes funciones

i) $f(x) = \ln[\operatorname{sen}(x^2+1)]$

ii) $g(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{x^2}$

b) i) Obtenga la ecuación de la recta tangente al gráfico de la función $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$ en el punto $(2,1)$

ii) Utilice la ecuación obtenida en (i) para estimar el valor de $f(1{,}9)$ con una aproximación lineal

c) Enuncie el teorema del valor medio e interprete graficamente este resultado (puede ser mediante un ejemplo)

4.1

4) Grafique una función que cumpla con todas las siguientes características:

a) El dominio no son todos los reales, la imagen es $I = [-4, \infty)$

b) Tiene una asíntota horizontal en $y=0$

c) $\lim_{x \to \infty} f(x) = 1$

d) Tiene una discontinuidad esencial en $x=0$ y es continua en todo el dominio

e) Tiene puntos críticos en $x=-3$, $x=-1$ y $x=3$

f) $f'(x) = 2$ en el intervalo $(1,3)$ y $f(3) = 4$

g) Es creciente en $(-3,0)$ y tiene un mínimo absoluto en $x=-3$

h) Tiene puntos de inflexión en $x=-4$, $x=-2$ y $x=-1$

i) $f''(x) > 0$ en el intervalo $(3, \infty)$

j) Es cóncava hacia abajo en el intervalo $(-\infty, -4)$

5.1 5) a) Encuentre el valor de k $(0 < k < \pi/2)$ para el que se cumple que: $\int_k^{\pi/2} \cos(x)\,dx = \frac{1}{2}$

b) Grafique y calcule el área encerrada por las curvas: $y_1 = x^2$, $y_2 = 2 - |x|$

c) Sean f y g funciones continuas en $\mathbb{R}$. En la tabla se dan valores de f, g, f' y g' para $x=0$ y $x=1$.

Si $\int_0^1 f'(x) \cdot g(x)\,dx = 5$. Calcule $\int_0^1 f(x) \cdot g'(x)$, mostrando su calculo.

	$x=0$	$x=1$
f	2	4
g	6	-3
f'	-4	3
g'	2	-1