Nombre:

1	2	3	4	5	Total	Nota

Ejercicio 1: Sea

$$f(x) = \begin{cases} -2x-6 & -4 \leq x < -2, \\ \frac{1}{2}x - 1 & -2 \leq x < 0, \\ -x-1 & 0 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

Graficar la función g donde:

a) $g(x) = f(x)$.

b) $g(x) = f(x) + 2$.

c) $g(x) = f(x+2)$.

Ejercicio 2: Encontrar todos los números reales x que satisfacen las siguientes desigualdades y graficar el resultado en la recta real.

a) $|x-1| < 3$.

b) $x^2 + x + 1 > 3$.

Ejercicio 3: Sean A y B subconjuntos no vacíos de $\mathbb{R}$ tales que $x \leq y$ para todo $x \in A$, $y \in B$. Demostrar que:

a) $\sup A \leq y$ para todo $y \in B$.

b) $\sup A \leq \inf B$.

Ejercicio 4: Sean f, g y h funciones definidas en todo $\mathbb{R}$.

a) Definir la composición de f con g.

b) Probar que:

i) $(f+g) \circ h = f \circ h + g \circ h$.

ii) $(f.g) \circ h = (f \circ h).(g \circ h)$.

iii) En general no se cumple que $f \circ g = g \circ f$.

Ejercicio 5: Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique.

a) $\mathbb{R} \setminus (0, \frac{3}{100})$ es denso.

b) Sea $A = \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$ y sea B un subconjunto de $\mathbb{R}$ tal que $A \subseteq B \subseteq [0, \infty)$, entonces $\inf B = 0$.

c) Sea f una función definida en todo $\mathbb{R}$. Entonces

i) $|f|$ es una función par.

ii) $f(|x|)$ es una función par.

d) La función $g(y) = \frac{y^4-1}{y^3}$ es impar.

e) Sean A y B dos subconjuntos de $\mathbb{R}$ no vacíos y $C_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A, \\ 0 & \text{si } x \notin A. \end{cases}$

Entonces

i) $C_{\mathbb{R}\setminus A} = C_A - 1$.

ii) $A \subseteq B$ si y sólo si $C_A \leq C_B$.