

1.a	1.b	2	3	4.a	4.b	4.c	5.a1	5.a2	5.b	6.a	6.b	6.c	7.a	7.b	8.a	8.b	9.a	9.b	Total	

Análisis Matemático II
Licenciatura en Ciencias de la Computación (2007)
Exámen (22-07-2008)

Parte Teórica

Ejercicio 1 (1.a 2 puntos, 1.b 5 puntos)

Sea $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.

- Dar la definición del gradiente de la función f
- Demostrar que el gradiente de la función f , da la dirección de máximo crecimiento de f .

Ejercicio 2 (5 puntos)

Pruebe uno de los dos siguientes criterios de convergencia para series: a) Criterio del cociente o b) Criterio de la Integral

Ejercicio 3 (5 puntos)

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función con derivadas de todos los órdenes. Definir el polinomio de Taylor de f de orden n alrededor de $a = 1$. ¿Qué representa este polinomio?

Parte Práctica

Ejercicio 4 (4.a 5 puntos; 4.b 5 puntos ; 4.c 5 puntos)

- Determinar la función $f(x)$ que $\forall x$ satisfice $f''(x) = 2 \cos x - x \operatorname{sen} x + 2$, $f'(0) = 0$ y $f(0) = 3$. ¿Cuál es el valor de $f(\pi)$?

- Evaluar la integral indefinida $\int \frac{x^2}{(x^2 - 1)(x + 2)} dx$

- Estudiar la convergencia de la integral impropia $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$.

Ejercicio 5. (5.a1 5 puntos; 5.a2 5 puntos; 5.b 5 puntos)

- Indicar si las siguientes series son convergentes, absolutamente convergentes o divergentes.

$$\text{a.1) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)^n}{\sqrt[n]{n}}$$

$$\text{a.2) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5n^3 + 4n^2 + 2}$$

- ¿Cuál es el intervalo de convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n^2}$

Ejercicio 6. (6.a 5 puntos; 6.b 5 puntos; 6.c 5 puntos)

Sea $f(x, y) = xy^2 + y$

- Encontrar la dirección de máximo crecimiento de la función en el punto $x_0 = (1, 1)$
- Dar la ecuación del plano tangente al gráfico de f en el punto $P_0 = (1, 1, 2)$
- Describir las curvas de nivel de f .

Ejercicio 7. (7.a 5 puntos; 7.b 10 puntos)

Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \operatorname{sen}\left(\frac{1}{(x^2 + y^2)}\right) & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Hallar $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$
- b) Probar que $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ no son continuas en $(0, 0)$

Ejercicio 8 (8.a 8 puntos; 8.b 5 puntos)

Sea $f(x, y) = \frac{1}{(1 + y^2)} e^{-x^2}$

- a) Encuentre los puntos críticos de esta función y determine si son máximos, mínimos o puntos de silla.
- b) Encuentre los valores extremos de dicha función en el cuadrado limitado por las rectas $x = 0, y = 0, x = 1, y = 1$

Ejercicio 9 (9.a 5 puntos, 9.b 5 puntos)

Sea R la región limitada por las rectas:

$$y = 2x - 1, \quad y = 2x + 1, \quad y = -2x + 2, \quad y = -2x + 4$$

- a) Graficar la región R
- b) Calcular la integral $\iint_R e^{y-2x} dA$,