L

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	premio	Total	Nota
13	6	0	—	—	—	10	9	—	0	—	38	3

19 19

Apellido y Nombre:

Comisión:

Análisis Matemático II - Licenciatura en Ciencias de la Computación

Examen Final 11/02/... 10

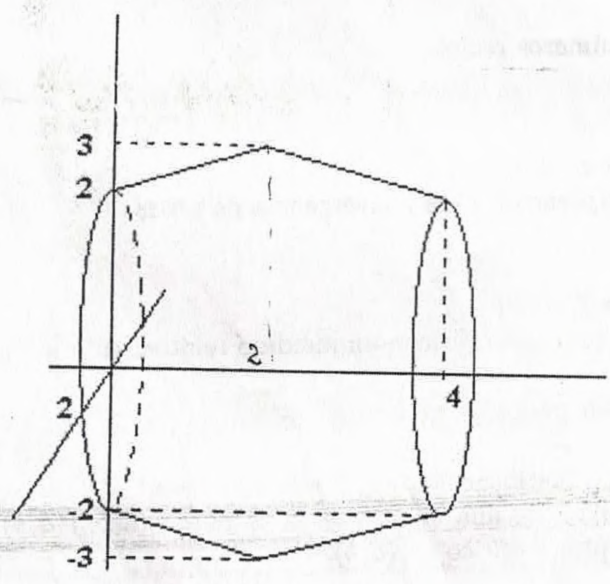
Parte Práctica

(1) (a) Calcular las siguientes integrales indefinidas

5 (i) $\displaystyle\int \frac{\sin^3(x)}{\cos(x)}\,dx;$ 4 (ii) $\displaystyle\int \frac{x+1}{x^4-1}\,dx.$

(b) Calcular el volúmen de la figura.

4



(2) (a) Decidir si la siguiente serie converge, converge absolutamente o diverge:

$$(i)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n \cos(n\pi)}{n} \qquad \text{(ii)}\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\ln(n)^3}$$

(b) Hallar centro, radio e intervalo de convergencia de la siguiente serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n^3}\,(4-x)^n$$

0 (3) Sea $f(x) = \cos(x^2)$. Usar series de Taylor para calcular $f^{(2k+1)}(0)$ para todo $k \in \mathbb{N}$.

(4) Sea $f : \mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$ la función dada por

$$f(x,y) = \frac{x^2 y}{\sqrt{x^2+y^2}}.$$

(a) Definir f en $(0,0)$ de manera tal que la función resultante sea continua.
(b) Determinar si existen las derivadas parciales en $(0,0)$ de la función definida en (a).
(c) ¿Es esta función diferenciable?
(d) Sea $u \in \mathbb{R}^2$, $\| u \| = 1$. ¿Cuál es el valor de la derivada direccional de f en la dirección de u en el punto $(0,0)$?

(5) Sea $f(x,y) = \frac{(x-1)^2(y-1)^2}{x^2+y^2}$.
(a) Hallar los puntos críticos de f y describir su naturaleza.
(b) Hallar los valores extremos de f al restringirnos al cuadrado $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 2$?

(6) Encuentra el volumen debajo de $z = 1 - x^2$ y arriba de $0 \leq x \leq 1$ y $0 \leq y \leq x$.

Parte Teórica.

(7) (a) Enunciar el Teorema fundamental del cálculo.
(b) Sea $g(x) = \int_a^{h(x)} f(t)dt$ donde f es continua en $[a,b]$ y h derivable. Probar que

$$g'(x) = f'(h(x))h'(x).$$

(8) Sea $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de números reales.
(a) Definir que significa $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
(b) Dar la definición de serie convergente.
(c) Enunciar el criterio de comparación para convergencia de series.

(9) Sea $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$.
(a) Definir extremo relativo de f.
(b) Sea f es diferenciable. Probar que si f tiene un máximo relativo en $a = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$, entonces $\nabla f_a = (0,0,\ldots,0)$.
(c) Enunciar el test del Hessiano para una una $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

(10) Decir si es **Verdadero** o **Falso** (Justificar claramente su respuesta)
(a) Si el plano tangente al gráfico de una superficie en el punto $(a,b,f(a,b))$ es paralelo al plano $z=0$, entonces f tiene un punto crítico en (a,b).
(b) La integral $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2} = \frac{2}{3}$. -> Falso