54

5 (cinco)

1a	1b	2	3	4a	4b	5	6ab	6cd	7	8a	8b	8c	S
7	1	6	3	0	2	1	5	9	10	5	5	0	

Examen de Análisis Matemático II (LC) - 2010 - 10/02/11

APELLIDO y nombre: Condición: L - R

Observación. Las partes práctica y teórica deben ser aprobadas por separado.

Parte práctica

1. (15 p.) Calcular las siguientes integrales.

$$\text{a)} \int \frac{x^3 - x + 1}{1 + x^2}\, dx, \qquad \text{b)} \int x \operatorname{sen}^2 x\, dx.$$

2. (7 p.) Calcular el volumen del cuerpo que se genera al girar alrededor del eje dado la región delimitada por las curvas $x = 0$, $x = \pi/4$, $y(x) = 1/\cos x$.

3. (9 p.) Calcular el área de la región plana acotada por las curvas $y = 2x - 1$ y $x = y^2 - 1$.

4. (14 p.) a) Mostrar que la siguiente serie converge.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^3}$$

b) Hallar la suma de la serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-3)^n}{4^{n+1}}.$$

5. (7 p.) Decidir si el siguiente límite existe. Justificar.

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y}{(x+2y)\cos(2x)}.$$

6. (18 p.) Sea $f(x,y) = -x^2 - 5y^2 + 8x - 10y$ - [illegible]

a) Encontrar la derivada direccional de f en el punto $(0,1)$ en la dirección del vector $(1,1)$.

b) Escribir la ecuación vectorial del plano tangente al gráfico de la función f en el punto $(0,1)$.

c) Encontrar los puntos críticos de f e indicar para cada uno si se trata de un punto de máximo local, de mínimo local o de ensilladura.

d) Decidir si f tiene un valor mínimo global. Justificar.

Llamas Federico

arte teórica

7. (15 p.) Probar que si $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ es diferenciable y tiene un mínimo en un punto, entonces el gradiente de f en ese punto se anula.

8. (15 p.) Decidir en cada caso si la afirmación es verdadera o falsa. Justificar.

   a) Si la serie de potencias $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ tiene radio de convergencia R, entonces la serie de potencias $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{3} x^n$ tiene radio de convergencia $3R$.

   b) Existe una función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ con $\nabla f(x,y) = (-y, x)$. Sugerencia: Calcular $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ y $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$.

   c) Si $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1} = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \cdots$, entonces $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$.