

Apellido y Nombre:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | TOTAL | NOTA |
|---|---|---|---|---|---|---|-------|------|
| | | | | | | | | |

Análisis Matemático II LC Examen Final

19/12/2014

Justifique todas sus respuestas

Ejercicio 1.

i) Justificar que la integral impropia $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x+x^3}} dx$ es convergente.

ii) Hallar los valores de a para que la siguiente serie sea convergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{n}{a}\right)^n$$

Ejercicio 2. Halle el intervalo de convergencia de la siguiente serie de potencias

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3}{3^n} (x+1)^n$$

Ejercicio 3

Hallar la serie de Taylor de $f(x) = x^2 \sin x^2$ alrededor de $x = 0$, y hallar su intervalo de convergencia.

Ejercicio 4.

De una función $z = f(x, y)$ diferenciable en todo R^2 se sabe que el plano tangente a $f(x, y)$ en el punto $(1, 2)$ es:

$$2x + 3y + 4z = 1$$

Se puede calcular con estos datos la derivada direccional de f en la dirección que une el punto $(1, 2)$ con el punto $(3, 4)$?

Ejercicio 5.

Sea $f(x, y) = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$. Determinar la dirección en la cual la derivada direccional de f en el punto $(1, 1)$ es máxima.

Determinar el plano tangente a la superficie dada por el gráfico de f , en el punto $(2, 3, 1)$.

Describir las curvas de nivel determinadas por f .

Decidir si el origen es un punto de máximo o de mínimo de la función dada. Justifique.

Ejercicio 6.

i) Calcular la siguiente integral:

$$\iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy \quad \text{con } D = \{(x, y) / x^2 + y^2 \leq 4\}$$

ii) Sea D la región limitada por $y = 0$, $y = 1$, $x = -1$, $x = y$, calcular

$$\iint_D (xy - y^3) dx dy$$

Ejercicio 7. (Ejercicio para alumnos libres)

Hallar las derivadas parciales $f_x(0, 1)$, $f_y(2, -1)$, $f_{xy}(2, -1)$ de

$$f(x, y) = \exp xy + \frac{x}{y} + \sin((2x + 3y)\pi)$$