ANÁLISIS MATEMÁTICO II (LC) - CÁLCULO II (LMA)
Examen Final 7 de diciembre de 2021

- En cada ejercicio JUSTIFIQUE CLARAMENTE sus respuestas.
- No está permitido el uso de calculadoras ni computadoras.
- Enumere todas las hojas y escriba su nombre y apellido en cada una.

Ejercicio 1 *(20 pts.)*

(a) Hallar la función h tal que $h'(x) = \dfrac{1}{x(x-1)^2}$ y $h(1/2) = 2$.

(b) Determinar si la siguiente integral impropia es convergente o divergente $\displaystyle\int_1^\infty \frac{1}{\sqrt{x+x^3}}\,dx$.

Ejercicio 2 *(20 pts.)*

(a) Determinar si la siguiente serie converge absolutamente, converge condicionalmente o diverge

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+\sqrt{n}}.$$

(b) Sea $f(t) = 2\cos(t)$. Determine el orden n del polinomio de Taylor de f, centrado en $a = 0$, que se necesita para aproximar $2\cos(0.1)$ con un error menor que 10^{-3}.

Ejercicio 3 *(20 pts.)*

(a) Sea $f(x, y) = x^3y^3 - 3xy$. Hallar y clasificar todos los puntos estacionarios de la función f.

(b) Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función cuyas derivadas parciales de orden 1 y 2 existen y son continuas en todo $\mathbb{R}^2$. Sea $z(t) = f(t, \mathrm{e}^t)$. Use la Regla de la cadena para calcular $z''(t)$.

Ejercicio 4 *(20 pts.)*

(a) Hallar la ecuación del plano tangente al gráfico de $z = \operatorname{sen}(xy)$ si $x = \pi/3$, $y = -1$. Además, dar el vector normal al plano hallado.

(b) Calcular la integral doble $\displaystyle\int\int_T xy\,dA$, donde T es el triángulo cuyos vértices son $(0, 0)$, $(1, 0)$ y $(1, 1)$.

Ejercicio 5 *(20 pts.)* Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

(a) Dar la definición de derivada direccional de f en $a \in \mathbb{R}^2$.

(b) Enunciar de manera clara y precisa el resultado que indica cuál es la dirección de máximo crecimiento y la de mínimo crecimiento para f en $a \in \mathbb{R}^2$.

(c) Enunciar de manera clara y precisa el resultado que relaciona la derivada direccional y el gradiente de una función.

La resolución de cada ejercicio debe ser subida por separada. En total debe subir 6 archivos en formato pdf (1 por cada ejercicio y 1 correspondiente a la Declaración Jurada).

Ejercicio 6 solo para alumna/os libres. *(20 pts.)*

Elija **la o las** opciones **correctas**. Si la serie $\sum_{n=0}^{\infty} c_n(x-1)^n$ es convergente en $x=4$ entonces:

- es convergente en $x=-4$
- es convergente para $x \in [0,4]$
- es convergente para $x \in (-4,4)$
- es convergente para $x \in [-4,4]$
- es convergente para $x \in [-1,1]$

Este cuestionario debe ser resuelto en el Aula Virtual (no es necesario subir archivos de la resolución).