ANÁLISIS MATEMÁTICO II (LC) - CÁLCULO II (LMA)
Examen Final 25 de febrero de 2022

- En cada ejercicio JUSTIFIQUE CLARAMENTE sus respuestas.
- No está permitido el uso de calculadoras ni computadoras.
- Enumere todas las hojas y escriba su nombre y apellido en cada una.

Ejercicio 1 *(20 pts.)*

(a) Determine todos los valores de c para los cuales la integral impropia $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-c|x|}\,dx$ converge. *Ayuda: analice por separado los casos $c<0$, $c=0$ y $c>0$.*

(b) Sea $f(x,y) = 2x^4 + y^2 - x^2 - 2y$. Encuentre el o los vectores unitarios $\mathbf{u}$ tales que la derivada direccional de f en el punto $(0,2)$ en la dirección de $\mathbf{u}$ tiene el valor 1.

Ejercicio 2 *(20 pts.)*

(a) Considere la función $f(x) = \sqrt{x}$ y sea $T_{2,4}(x)$ su polinomio de Taylor de grado 2 y centrado en $a=4$. Estimar el error que se comete si se aproxima el número $\sqrt{3}$ por el valor de $T_{2,4}(x)$ en $x=3$.

(b) Considere la curva $\gamma(t) = (2\cos(t), \operatorname{sen}(t))$. Dibuje aproximadamente la imagen de γ para $t \geq 0$, calcule el vector tangente a la curva en $t_0 = \pi/4$ y obtenga la ecuación de la recta tangente a la imagen de γ en el punto $\gamma(t_0)$.

Ejercicio 3 *(20 pts.)*

(a) Represente la función $f(x) = \dfrac{1}{x}$ como una serie de potencias centrada en $a=2$. Determine el intervalo de convergencia de la serie obtenida.

(b) Halle el intervalo/dominio de definición de la función $g(x) = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\sqrt{n}}(x-10)^n$ y calcule su derivada g'. ¿Tienen g y g' el mismo dominio? Justifique su respuesta.

Ejercicio 4 *(20 pts.)*

(a) Encuentre la ecuación del plano P que pasa por los puntos $(0,0,10), (1,0,8)$ y $(0,2,9)$.

(b) Calcule el volumen del prisma sólido cuya base es el rectángulo $R = \{(x,y) : 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 2\}$ y cuya tapa está contenida en el plano P del inciso anterior.

Ejercicio 5 *(20 pts.)* Sea $f : D \to \mathbb{R}$, con $D \subseteq \mathbb{R}^2$.

(a) Dé la definición de máximo local y de máximo absoluto para un punto $(x_0, y_0) \in D$.

(b) Sea $(x_0, y_0) \in D$ un punto crítico de f. Enuncie de manera clara y precisa el *Test de las segundas derivadas* que ayuda a determinar qu clase de punto crítico es (x_0, y_0).

La resolución de cada ejercicio debe ser subida por separada. En total debe subir 6 archivos en formato pdf (1 por cada ejercicio y 1 correspondiente a la Declaración Jurada).

Ejercicio 6 solo para alumna/os libres. *(20 pts.)*

Elija **la o las** opciones **correctas**.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} a_n = 0$.
- $\lim_{n\to\infty} a_n = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ converge si $p > 1$.
- Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ converge.
- Si $r > 0 \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} r^n$ converge.

Este cuestionario debe ser resuelto en el Aula Virtual (no es necesario subir archivos de la resolución).