

ANÁLISIS NUMÉRICO I/ANÁLISIS NUMÉRICO – 2022

Examen Final - 5 de julio de 2022

Laboratorio

1. Es posible modificar el método de Newton para búsqueda de raíces reemplazando la derivada de la función por su aproximación numérica:

$$f'(x) \approx \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

- (a) Escribir una función que implemente el método mencionado anteriormente. La función debe llamarse “`rnewtondelta`”, y tener como entrada (`fun,x0,err,mit,delta`) donde `fun` es una función que dado x retorna $f(x)$, `x0` es un punto inicial en \mathbb{R} , `err` es la tolerancia deseada del error, `mit` es el número máximo de iteraciones permitidas y `delta` representa el parámetro Δx . El algoritmo debe finalizar en la k -ésima iteración si se cumple alguna de las siguientes condiciones:

$$\frac{|x_k - x_{k-1}|}{|x_k|} < \text{err}, \quad |f(x_k)| < \text{err}, \quad k \geq \text{mit}.$$

La salida debe ser (`hx,hf`) donde `hx` = $[x_1, \dots, x_N]$ es una lista que representa el histórico de puntos generados y `hf` = $[f(x_1), \dots, f(x_N)]$ el histórico de los respectivos valores funcionales.

- (b) Graficar la función $f(x) = e^x - x - 2$ en el intervalo $[0, 10]$.
- (c) Encontrar la raíz de la función $f(x)$ con el método de Newton tradicional y con el nuevo método, para `delta` = $1e-5$ y 0.001 , imprimiendo en pantalla la cantidad de iteraciones que realiza cada uno. Utilizar $x_0 = 1$, $err = 1e - 6$ y $mit = 100$.

2. Ejercicio para libres

La función $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$, definida en el intervalo $[-1, 1]$ representa media circunferencia de radio igual a 1 centrada en el punto $(0, 0)$. Sabiendo que su área de es:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx,$$

use el método de integración numérica *Simpson Compuesto* para calcular de manera aproximada el valor del número π . Muestre la cantidad de subintervalos necesarios para que el error respecto al dado por `numpy.pi` sea menor que 10^{-5} .

Ayuda: El área de una circunferencia de radio r se puede calcular mediante la fórmula: πr^2 .