

# Segundo Parcial - Análisis Numérico / Análisis Numérico 1 - 2020

Junio 2020

Fecha de inicio: 16/06/2020

Fecha de entrega: 22/06/2020 23:59.

Forma de entrega:

- Archivos .py enviados en la tarea creada en el aula virtual.
- En caso de no agregar un `main` que corra las funciones de cada archivo, dejar instrucciones de ejecución de cada uno en los comentarios o en un único archivo de texto para todos los .py.

1. En la siguiente tabla tenemos información sobre las velocidades de una partícula en ciertos instantes de tiempo.

t[s]	0.0	0.22	0.85	1.0	1.5	1.6	1.99
v[m/s]	0.0	0.1	-0.15	-0.03	0.75	-0.3	0.01

- a) Crear una función (`spline_velocidad`) que reciba la lista de `ts` y de `vs`. La función debe devolver una lista con la partición del intervalo  $[0, 1.99]$ , que contenga todos los puntos  $t$  de la tabla y los puntos medios entre dos puntos consecutivos. También debe devolver una lista con los puntos de evaluación de un Spline cúbico de la función de velocidad en los puntos de la nueva partición.
  - b) Modificar el método del trapecio para integrar funciones en intervalos de longitud arbitraria (no equidistantes). Crear una función (`trapecio_adaptativo`) que, dadas la partición y los valores de la función en la partición, devuelva la aproximación de la integral usando este método.
  - c) Aproximar la posición de la partícula en todos los instantes de tiempo de la nueva partición, sabiendo que se encuentra en la posición  $x=0$  en el instante  $t=0$ . Para eso es necesario integrar la función de velocidad desde 0 hasta cada punto de la partición. Crear una función (`posicion_particula`) que almacene esos valores en una lista y grafique la función de posición de la partícula.
2. Usando la función `soltrinf` para realizar las actualizaciones, implementar los siguientes métodos iterativos para resolución de sistemas lineales  $Ax = b$ . La salida debe ser  $[x, k]$  donde  $x$  es la solución aproximada y  $k$  la cantidad de iteraciones realizadas.

El algoritmo debe parar si  $\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|_\infty \leq \mathbf{err}$  o  $k \geq \mathbf{mit}$ .

- a) Implementar una función `gseidel` que utilice el método de Gauss-Seidel para resolución de sistemas lineales. Debe tener entrada  $(A, b, \mathbf{err}, \mathbf{mit})$  con  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $b \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{err}$  tolerancia de error y  $\mathbf{mit}$  cantidad máxima de iteraciones.
- b) Implementar una función `sor` que utilice el método SOR (Successive over-relaxation) para resolución de sistemas lineales.

Debe tener entrada  $(A, b, \mathbf{omega}, \mathbf{err}, \mathbf{mit})$  con  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $b \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{omega} > 1$  factor de relajación,  $\mathbf{err}$  tolerancia de error y  $\mathbf{mit}$  cantidad máxima de iteraciones. El método consiste en descomponer  $A$  como  $A = L + D + U$  y reescribir el sistema como  $(D + \omega L)x = \omega b - [\omega U + (\omega - 1)D]x$ . Luego, las iteraciones son de la forma  $(D + \omega L)x^{(k+1)} = \omega b - [\omega U + (\omega - 1)D]x^{(k)}$ .

3. Durante un par de reuniones con un carpintero (nuestro cliente), aprendemos que sólo fabrica mesas y sillas y que vende toda su fabricación en un mercado. Sin embargo, no tiene un ingreso estable y desea optimizar esta situación.

Los tiempos de producción requeridos para una mesa y una silla en distintos momentos del día se calculan en 2 horas y 1 hora, respectivamente. Las horas laborales totales por semana son sólo 40. La materia prima requerida para una mesa y una silla es de 1 y 2 planchas de madera, respectivamente. El carpintero sólo puede guardar 50 planchas en su almacén cada semana.

- a) Determinar cuántas mesas y sillas debe fabricar por semana el carpintero, para maximizar sus ingresos netos, si el ingreso neto por mesa y silla vendida es de 500 y 300 pesos. Indicar el ingreso máximo.
- b) Graficar la región factible.
- c) ¿Contratar o no contratar a un ayudante? Suponga que el carpintero puede contratar a un ayudante a un costo de 200 pesos por hora, ¿Le conviene al carpintero? En caso afirmativo, ¿por cuántas horas?

Imprimir el gráfico y las respuestas de los items a) y c) en pantalla.