Introducción a la Lógica y la Computación, 17/02/2006.

(1) (a) Pruebe: $\vdash (\varphi \to \psi) \to (\neg\psi \to \neg\varphi)$.
(b) Pruebe: $\vdash [(\varphi \to \psi) \to (\varphi \to \sigma)] \to [(\varphi \to (\psi \to \sigma)]$.
(c) Suponga $\Gamma \cup \{\varphi\} \vdash \psi$. Entonces $\Gamma \vdash \varphi \to (\psi \vee \neg\varphi)$.

(2) (a) Pruebe: Si $\varphi_1, \ldots, \varphi_n = \varphi$ es serie de formación de φ, entonces $\varphi_1[\perp/p_0], \ldots, \varphi_n[\perp/p_0]$ es serie de formación de $\varphi[\perp/p_0]$.
(b) Suponga Γ consistente maximal. Pruebe que si $\varphi \in \Gamma$ y $\vdash \varphi \leftrightarrow \psi$ entonces $\psi \in \Gamma$.

(3) (a) Cuál es el reticulado distributivo menos numeroso, que satisface que $Irr(L)$ tiene 10 elementos? Justifique su respuesta.
(b) Dé todos los filtros primos de: el pentagono N_5, el diamante M_3 y el álgebra de boole de 3 átomos.
(c) Pruebe que en toda álgebra de Boole finita, cada elemento se puede escribir de manera única como join de átomos. Pruebe todo resultado que use.

(4) Sea el NFA $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0, q_3\})$ donde δ viene dada por la siguiente tabla de transición:

	a	b	ϵ
q_0	$\{q_0\}$	$\{q_1, q_3\}$	$\emptyset$
q_1	$\emptyset$	$\{q_0, q_3\}$	$\{q_3\}$
q_2	$\{q_3\}$	$\{q_0, q_2\}$	$\{q_0\}$
q_3	$\{q_2, q_4\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\{q_1\}$	$\emptyset$

(a) Hacer el diagrama de transición de M.
(b) Construir un DFA que acepte el mismo lenguaje que M. Use el método enseñado en el curso.
(c) Definir una gramática que genere $L(M)$ usando el autómata original. El ejercicio no da puntos si define la gramática a partir del DFA o de una expresión regular.

(5) Dada la expresión regular
$$xy((x + z)^* z + xy)^* x(y^* + xz)^*$$
construir un autómata finito que acepte exactamente el lenguaje que denota la expresión regular. Usar paso por paso el método dado en clase.

Ejercicio para alumnos libres

Dibuje un autmata finito determinístico con un sólo estado final que acepte exactamente el lenguaje denotado por la expresión regular $10 + (0 + 11)0^*1$.