Introducción a la Lógica y la Computación. Examen final, 19/12/2006.

(1) i. Defina filtro primo.

ii. Pruebe la ley de cancelación de los reticulados distributivos:

$$\begin{array}{l} x \vee a = y \vee a \\ x \wedge a = y \wedge a \end{array} \implies x = y$$

iii. Vale la ley de cancelación en reticulados?

(2) Sea el NFA $M = (\{q_0, q_1, q_2, \}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\})$ donde δ viene dada por la siguiente tabla de transición:

	0	1	ϵ
q_0	$\emptyset$	q_2	q_1
q_1	q_1	q_2	$\emptyset$
q_2	q_0	$\emptyset$	$\emptyset$

(a) Construir un DFA que acepte el mismo lenguaje que M. Use el mtodo enseñado en el curso.

(b) Definir una gramática que genere $L(M)$.

(3) Suponga $\varphi_1, \ldots, \varphi_n = \varphi$ es serie de formación de φ.

(a) Probar que $\varphi_1[\perp/p_0], \ldots, \varphi_n[\perp/p_0]$ es serie de formación de $\varphi[\perp/p_0]$.

(b) ¿Vale en general que $\varphi_1[\psi/p_0], \ldots, \varphi_n[\psi/p_0]$ es serie de formación de $\varphi[\psi/p_0]$ para todas φ, ψ?

(4) Encuentre derivaciones para las siguientes tautologías:

i. $\varphi \vee \neg\varphi$

ii. $(\varphi \to \neg\varphi) \to \neg\varphi$

(5) i. Enuncie el Pumping Lemma.

ii. Pruebe que el lunguaje $\{01^n001^{2n} : n \geq 1\}$ no es regular.

Ejercicios para alumnos libres:

(a) Defina filtro (en reticulados distributivos).

(b) Defina el orden $\preceq$ de $\overline{PROP}$.

(c) Sea Γ cerrado por derivaciones. Probar que $\bar{\Gamma}$ es un filtro en $\overline{PROP}$. (Ayuda: pueden suponer que $\bar{\varphi} \in \bar{\Gamma}$ implica $\varphi \in \Gamma$).