Introducción a la Lógica y la Computación. Examen final, 19/02/2009.

Apellido y Nombre:

nota
5 (cinco)

1	2	3	4	5	L
2	M	1,5	1,25	0,5	R

(1) B (a) Defina formalmente el significado de $q_i \to q_j$ para los NFA con mov. ϵ. Defina luego $L(M)$, el lenguaje aceptado por el autómata.

B (b) Para el NFA dado por el siguiente diagrama de transiciones (el único estado final es q_3), determinar cuales de las siguientes palabras son aceptadas: 001, 0001, 00011, 01001

$$\begin{array}{cccccccc} & \overset{0,1}{\curvearrowleft} & & & & & & \\ \to & q_0 & \underset{0}{\overset{\epsilon}{\leftrightarrows}} & q_1 & \underset{0,\epsilon}{\overset{\epsilon}{\leftrightarrows}} & q_2 & \underset{1}{\overset{1}{\leftrightarrows}} & q_3 \end{array}$$

B (c) Construir un DFA que acepte exactamente el lenguaje aceptado por el NFA con ϵ-mov. de (1)(b). El ejercicio **sólo** dará puntos si utiliza el método enseñado en el curso.

(2) M (a) Sea $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ un DFA. Considere $M' = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q - F)$. ¿Qué relación existe entre $L(M')$ y $L(M)$? Justifique su respuesta.

M (b) Utilice el Pumping Lemma para probar que $\{a^i b^i : i \geq 0\}$ no es regular.

— (c) ¿Es regular el lenguaje $L = \{a^i b^j : i, j \geq 0 \text{ y } i \neq j\}$? (Ayuda: piense en $\Sigma^* - L$).

(3) B (a) Defina qué significa en un reticulado que un elemento sea join-irreducible (o irreducible), y qué significa que sea átomo.

B (b) Pruebe que en un álgebra de Boole todo elemento join-irreducible es un átomo.

— (c) Pruebe que en un reticulado distributivo L se cumple la siguiente propiedad: si $x \not\leq y$ entonces existe $j \in Irr(L)$ tal que $j \leq x$ y además $j \not\leq y$.

(4) Hallar derivaciones que muestren:

B (a) $\vdash \neg(\varphi \wedge \neg\varphi)$.

R (b) $\{\neg\varphi\} \vdash (\varphi \vee \psi) \to \psi$.

(5) ~ (a) Probar, sin usar valuaciones, que $\Gamma \cup \{\varphi \wedge \psi\}$ es consistente si y sólo si $\Gamma \cup \{\varphi, \psi\}$ es consistente. (Ayuda: contrarrecíproca.)

— (b) Demostrar que la relación $\preccurlyeq$ entre proposiciones es transitiva.

Ejercicios para alumnos libres: (1) Pruebe la ley de cancelación de los reticulados distributivos:

$$\begin{array}{c} x \vee a = y \vee a \\ x \wedge a = y \wedge a \end{array} \quad \Longrightarrow \quad x = y$$

¿Vale la ley de cancelación en reticulados?

(2) Dé una gramática regular que derive el lenguaje formado por las palabras que poseen exactemente una cantidad par de 1's.