Introducción a la Lógica y la Computación - Examen Final 3/8/2015

Apellido y Nombre:

nota

1	2	3	4	5

(1)
  (a) Mostrar que en toda álgebra de Boole vale la siguiente propiedad: si $x \leq y^c$, entonces $y \leq x^c$.
  (b) Decidir si existen dos reticulado L_1 y L_2 tales que L_1 no es isomorfo a L_2, pero $Irr(L_1)$ sea isomorfo a $Irr(L_2)$. Si existen dar un ejemplo de ellos; si no existen, explicar por qué.
  (c) Decida si las siguientes afirmaciones valen en todo reticulado. Demostrarlas o refutarlas con un contraejemplo.
    (i) Si $x \leq y$, entonces $(x \vee z) \wedge y \leq x \vee (z \wedge y)$.
    (ii) Si $z \leq w$, entonces $x \vee z \leq (x \vee z) \wedge (x \vee w)$.

(2) Sea Δ un conjunto consistente maximal tal que $\{\neg(p_1 \vee p_2), p_1 \vee p_3, \neg p_2 \to p_4, \neg p_4 \to p_5\} \subseteq \Delta$.
  (a) ¿Se puede afirmar que $p_5 \in \Delta$? Justifique su respuesta.
  (b) Suponga además que $p_4 \to P \in \Delta$. Pruebe que $P \in \Delta$.

(3) (a) Encuentre una derivación, sin usar RAA, de $P \vee \neg P \vdash (\neg P \to \neg Q) \to (Q \to P)$.
  (b) Decidir si la siguiente afirmación es verdadera o falsa, justificando su respuesta.
  Si $\{R, Q\} \models P$, entonces $\neg P \vdash \neg Q \vee \neg R$.

(4) Proponga una expresión regular cuyo lenguaje sean las palabras sobre $\{0, 1\}$ con una cantidad par de 0s.
  (a) Utilice el algoritmo para obtener un NFA a partir de esa expresión regular.
  (b) Realice la determinización del NFA para obtener un DFA.

(5) Sea $L = \{\alpha\beta \mid \alpha = 0^n, \beta = 1^{n+k}\}$.
  (a) Decidir si L es regular.
  (b) Si L es regular, dar una gramática regular que lo genere. Si L no es regular, dar una gramática libre de contexto que lo genere.

Ejercicios para alumnos libres:

(1) Sea Δ un conjunto consistente maximal. Explique qué significa que Δ realiza la disyunción y demuéstrelo.
(2) Sean L_1 y L_2 dos lenguajes regulares. Demostrar que $L_1 L_2$ también lo es.