Introducción a la Lógica y la Computación. Examen Final 03/12/2021.

(1) Sean y, z, w elementos de un reticulado tales que $z \wedge w \leq y$. Demuestre que para todo x se da $(x \wedge y) \vee (z \wedge w) \leq y \wedge w \iff x \wedge y \leq w$.

(2) (a) Decidir si el reticulado $\langle L, \vee, \wedge \rangle$ formado por el conjunto $L := \{2, 4, 6, 8, 18, 72\}$ con el orden de divisibilidad es distributivo, mediante la construcción de $\mathcal{D}(Irr(L))$.

(b) Sea $F : L \to \mathcal{D}(Irr(L))$ la función de representación del Teorema de Birkhoff. Calcular $F(8 \vee 18)$ y $F(8) \cup F(18)$.

(c) ¿Es F un isomorfismo? Justifique su respuesta.

(3) Encuentre derivaciones para:

(a) $\vdash \varphi \to ((\neg\psi \to \neg\varphi) \to \psi)$ (b) $\neg\varphi \vee \neg\psi \vdash \varphi \to (\psi \to \chi)$

(4) Recuerde que un conjunto Γ es cerrado por derivaciones sii para toda proposición φ se tiene que si $\Gamma \vdash \varphi$ entonces $\varphi \in \Gamma$.

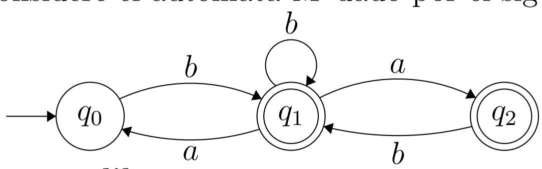
(a) Pruebe que si Γ es consistente maximal entonces es cerrado por derivaciones.

(b) ¿Vale la recíproca? Es decir, ¿si Γ es cerrado por derivaciones entonces es consistente maximal? Justifique.

(5) Considere la gramática G dada abajo. Se debe obtener un autómata finito **determinístico** que acepte exactamente $L(G)$, utilizando los algoritmos dados en el teórico.

$S \to bS \mid aA$ $A \to bS \mid bA \mid \epsilon$

(6) Considere el autómata M dado por el siguiente diagrama.



Encuentre una expresión regular que denote $L(M)$. Utilice el algoritmo dado por el teorema de Kleene.

Ejercicio para libres

(L) Sean x, y elementos de un reticulado tal que $x \leq y$. Pruebe que entonces vale:

$$\big((y \vee x) \wedge x\big) \vee x \leq \big((x \wedge y) \vee y\big) \wedge y.$$